

CONFIABILIDADE DE VIGAS MISTAS PROJETADAS DE ACORDO COM A NORMA BRASILEIRA: DESENVOLVIMENTO DE UM SCRIPT PARA OBTENÇÃO DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE

Marina Guerado Spada ¹; Pedro Henrique Cerento de Lyra ²

¹ Aluna de Iniciação Científica do Instituto Mauá de Tecnologia (IMT);

² Professor Associado do Instituto Mauá de Tecnologia (IMT).

Resumo. *Este artigo apresenta uma investigação sobre a segurança de elementos estruturais submetidos à flexão simples em material misto, os quais foram dimensionados de acordo com as normas NBR8681:2004, NBR6118:2023 e NBR8800:2008. O estudo possibilita a comparação da segurança relativa de vigas produzidas com esses materiais, seguindo as diretrizes de dimensionamento estabelecidas por essas normas. Para garantir a segurança de um projeto, é crucial compreender todas as variáveis envolvidas na obra. Em situações reais, onde múltiplas variáveis estão presentes, muitas vezes com distribuições não-normais, a análise da função de falha e da probabilidade de falha torna-se complexa, e a avaliação da equação correspondente não é uma tarefa trivial. Neste trabalho foi desenvolvido um script em Python, com o objetivo de calcular o índice de confiabilidade para vigas mistas, utilizando o método de Monte Carlo. Foi observado que o custo de segurança aumentou significativamente com o acréscimo da carga, mesmo que as falhas tivessem consequências leves.*

Introdução

É certo que o engenheiro civil deve buscar a otimização eficaz do equilíbrio entre a segurança e a economia de uma estrutura. No entanto, projetos de construção apresentam uma ampla gama de variáveis finitas que precisam ser consideradas, pois o conhecimento de uma variável nem sempre é absoluto e muitas vezes está associado a um grau de incerteza (Carvajalino, 2010).

As vigas mistas, também conhecidas como vigas aço-concreto, exemplificam essa premissa. São estruturas formadas pela combinação de um perfil de aço com uma laje de concreto submetida à compressão, unidos por conectores mecânicos que garantem a integração entre esses dois materiais (PFEIL e PFEIL, 2021). Por serem amplamente utilizadas em edificações, é imperativo assegurar não apenas a sua segurança para o bem-estar social, mas também a sua eficiência econômica, especialmente em um cenário de crescimento contínuo na construção de edifícios.

Um indicador da segurança de uma estrutura é a probabilidade de ocorrer falha em algum estado durante sua vida útil. O estudo da confiabilidade é aplicado para antecipar as incertezas e distorções nas variáveis da estrutura. Como o risco de falha é inerente, é essencial controlá-lo, para que se mantenha em um nível aceitável segundo os critérios de segurança e eficiência definidos.

Sobre confiabilidade em viga mista, a Tabela 1 apresenta alguns trabalhos relevantes.

Tabela 1 – Estudos sobre confiabilidade e viga mista durante os últimos anos.

Estudo	Autor	Ano
Confiabilidade de vigas projetadas de acordo com as normas brasileiras	Santos <i>et al.</i>	2014
Reliability-based calibration of main Brazilian structural design codes	Santiago <i>et al.</i>	2020
Geração automática via otimização topológica e avaliação de segurança de modelos de bielas e tirantes	Panjola	2012
Acoplamento de Estados Limites na Avaliação da Confiabilidade Estrutural de Dutos e Estruturas	Carvajalino	2010
Dimensionamento automatizado de vigas mistas conforme a NBR 8800:2008 e a NBR 6118:2014	Andrade <i>et al.</i>	2016

Fonte: Autora.

Confiabilidade estrutural

A confiabilidade pode ser definida como a probabilidade de a estrutura desempenhar a função para a qual foi projetada durante toda sua vida útil, medindo as suas chances de violar um estado limite por falha ou por não satisfazer a um desempenho esperado (Pantoja, 2012). Falha, por sua vez, caracteriza-se como o não atendimento da estrutura aos objetivos para os quais ela foi concebida. (Pantoja, 2012).

A análise da confiabilidade estrutural calcula a probabilidade de os esforços solicitantes excederem os esforços resistentes, ou seja, ocorrerá uma falha na estrutura pela carga atuante sobre ela ser maior que a sua carga limite (Carvajalino, 2010).

Nesse projeto, as variáveis aleatórias envolvidas no problema serão representadas por uma distribuição probabilística correspondente, seu valor médio e coeficiente de variação.

As probabilidades de falha da estrutura mista estudada são avaliadas considerando as variáveis aleatórias e determinísticas do projeto e as funções de falha relevantes do problema. Neste trabalho, um índice de confiabilidade β é associado a uma probabilidade de falha (Pantoja, 2012).

A análise da confiabilidade será feita pelo método de simulação de Monte Carlo com o auxílio do software *Visual Studio Code* utilizando a linguagem Python.

Método de Monte Carlo Simples

O problema apresentado nesse projeto envolve variáveis aleatórias, com atribuições de frequência definidas pela distribuição normal acumulada. Com isso, a simulação de Monte Carlo gera um conjunto de amostras que simulam diversas iterações, relatando o desempenho da estrutura em questão.

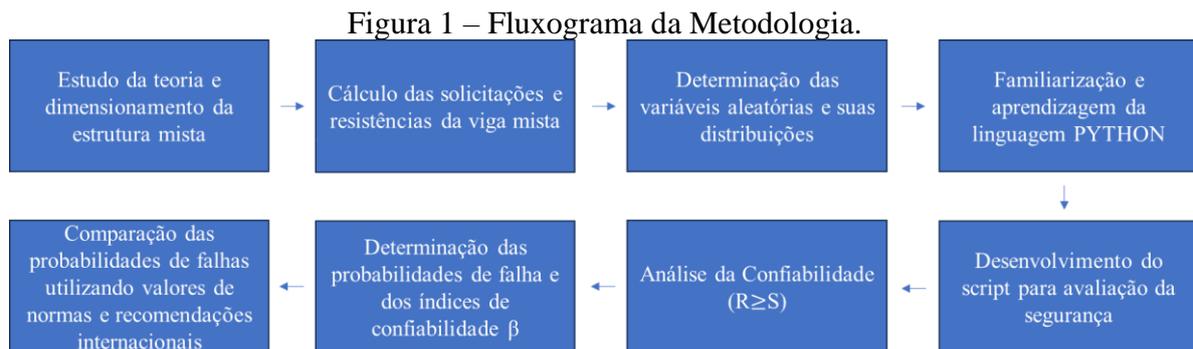
Para garantir que o conjunto de simulações forneça resultados confiáveis, o método aplicado exige a realização de um grande número de repetições da simulação para cada realização específica das variáveis aleatórias do problema (Pantoja, 2012). Assim, para garantir um resultado mais próximo da realidade, foram realizadas 1.000.000 de simulações.

Para o critério de segurança estar satisfeito, é necessário que o resultado entre a relação da solicitação com a resistência seja maior que zero (Maciel e Lyra, 2018).

Em cada amostra gerada pelo método, a função do estado limite é avaliada e é verificado o número de vezes nas quais a diferença entre os esforços resistentes e solicitantes é menor que zero. A razão entre o número total de falhas e o número total de amostras é usada para estimar a probabilidade de falha (Carvajalino, 2010).

Material e Métodos

A Figura 1 apresenta o fluxograma realizado para o desenvolvimento do projeto.



Fonte: Autora.

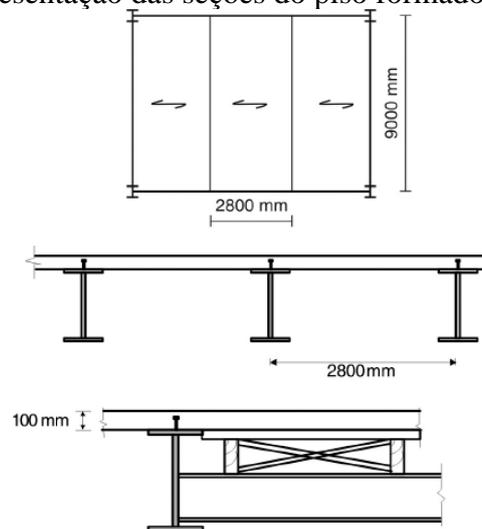
Nesse trabalho, a situação analisada foi o exercício 10.5.1 do livro de Estruturas de Aço – Dimensionamento Prático (PFEIL e PFEIL, 2021). O enunciado desse exercício descreve um piso de edifício formado por vigas mistas espaçadas de 2,8 m, com vãos simplesmente apoiados de 9,0 m de comprimento e com laje de 10 cm de espessura, que será concretada sobre um sistema de fôrmas apoiadas nos perfis de aço das vigas.

As cargas nominais permanentes atuantes na viga intermediária foram definidas com valores fixos de 7,6 kN/m (g_1) e de 5,0 kN/m (g_2), a carga variável de utilização (q_2) incide num intervalo pré-definido de 8 kN/m a 17 kN/m e a carga de construção (q_1) está em função da carga variável de utilização, tendo o valor de $\frac{q_2}{5,6}$ kN/m.

Os materiais a serem utilizados são o aço MR250; concreto $f_{ck} = 20$ MPa.

A Figura 2 exemplifica a situação apresentada acima.

Figura 2 – Representação das seções do piso formado por vigas mistas.



Fonte: (PFEIL e PFEIL, 2021).

O objetivo é dimensionar a viga mista intermediária com ligação total, sendo a seção de aço um perfil W.

Inicialmente, foi feito o pré-dimensionamento da estrutura no estado limite último, admitindo-se seção de aço compacta e linha neutra plástica na interface concreto-aço ($x = t_c$). As equações que compõem o pré-dimensionamento estão descritas abaixo.

O primeiro cálculo é o da carga distribuída de projeto, que está descrito na Equação 1.

$$1,4 * (g_1 + g_2) + q_1 * q_2 \quad (\text{Equação 1})$$

Em seguida, foi calculado o momento solicitante de projeto (M_d), demonstrado na Equação 2.

$$M_d = \text{carga distribuída} * \frac{g^2}{8} \quad (\text{Equação 2})$$

Considerando-se inicialmente um perfil com $d = 450$ mm, a área mínima da seção de aço necessária é calculada pela Equação 3.

$$A = \frac{M_d}{\frac{f_y}{\gamma_{a1}} * \left(\frac{d}{2} + t_c - \frac{x}{2}\right)} \quad (\text{Equação 3})$$

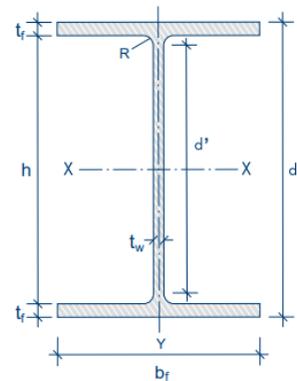
Onde:

γ_{a1} é o coeficiente de minorização da resistência e possui o valor de 1,10.

Os perfis escolhidos através do pré-dimensionamento para o cálculo da confiabilidade estão descritos na Figura 3.

Figura 3 – Perfis metálicos.

bitola mm x kg/m	massa_linear kg/m	d mm	bf mm	tw mm	tf mm	h mm	d' mm	área cm ²
W 460 x 52,0	52,0	450	152	7,6	10,8	428	404	66,6
W 460 x 60,0	60,0	455	153	8,0	13,3	428	404	76,2
W 460 x 68,0	68,0	459	154	9,1	15,4	428	404	87,6
W 460 x 74,0	74,0	457	190	9,0	14,5	428	404	94,9
W 460 x 82,0	82,0	460	191	9,9	16,0	428	404	104,7



Fonte: Perfis Gerdau – Tabela de Bitolas.

Feito o pré-dimensionamento, calcula-se a largura efetiva da laje (b) através do requisito da Equação 4.

$$b = \text{mínimo} \left(\frac{1}{4} 900; 280 \right) = 225 \text{ cm} \quad (\text{Equação 4})$$

Após, foi feita a classificação da seção quanto à flambagem local da alma, para seção compacta com base na Equação 5 e para seção semicompacta na Equação 6.

$$\frac{d'}{t_w} \leq 3,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} (=106 \text{ para aço MR250}) \quad (\text{Equação 5})$$

$$3,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} < \frac{d'}{t_w} < 5,70 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (\text{Equação 6})$$

Sendo:

E o módulo de elasticidade do perfil, com valor de 200 GPa.

Com a seção definida, é calculado o momento resistente da viga mista (M_{Rd}) nas equações abaixo.

$$R_{cd} = 0,85 * \frac{f_{ck}}{\gamma_c} * b * t_c \quad (\text{Equação 7})$$

$$R_{td} = (A * f_y) / \gamma_{a1} \quad (\text{Equação 8})$$

Onde:

R_{cd} é a resistência à compressão no concreto medida em kN;

R_{td} é a resistência à tração no aço medida em kN.

Caso $R_{cd} > R_{td}$, a linha neutra plástica está na laje de concreto na profundidade (x).

$$x = \frac{(f_y * A) / \gamma_{a1}}{(0,85 * f_{ck} * b) / \gamma_c} < t_c \quad (\text{Equação 9})$$

$$M_{Rd} = R_{td} * Z = \frac{f_y * A}{\gamma_{a1}} (y_s + t_c - \frac{x}{2}) \quad (\text{Equação 10})$$

Caso $R_{td} > R_{cd}$, a linha neutra plástica está na seção de aço. Nesse caso, uma parte da seção de aço está comprimida em uma altura (y_p), contribuindo com uma força (C_{ad}).

$$C_{ad} = \frac{1}{2} (R_{td} - R_{cd}) \quad (\text{Equação 11})$$

Com a força de compressão no aço (C_{ad}) obtida pela Equação 11, localiza-se a linha neutra em uma das duas posições:

Linha neutra na mesa superior, de largura b_f e espessura t_f .

$$C_{ad} < f_y * b_f * t_f / \gamma_{a1} \quad (\text{Equação 12})$$

$$y_p = \frac{C_{ad}}{f_y * b_f / \gamma_{a1}} \quad (\text{Equação 13})$$

Linha neutra na alma, de espessura t_w .

$$C_{ad} > f_y * b_f * t_f / \gamma_{a1} \quad (\text{Equação 14})$$

$$y_p = \frac{C_{ad} - f_y * b_f * t_f / \gamma_{a1}}{f_y * t_w / \gamma_{a1}} + t_f \quad (\text{Equação 15})$$

$$A_t = A - b_f * y_p \quad (\text{Equação 16})$$

$$y_t = \frac{\frac{b_f * t_f^2}{2} + h_w * t_w * (\frac{h_w}{2} + t_f) + b_f * (t_f - y_p) * (\frac{t_f - y_p}{2} + h_w + t_f)}{A_t} \quad (\text{Equação 17})$$

$$M_{Rd} = R_{cd} * Z + C_{ad} * Z' = R_{cd} * \left(d - y_t + \frac{t_c}{2} \right) + C_{ad} * (d - y_t - y_c) \quad (\text{Equação 18})$$

Onde:

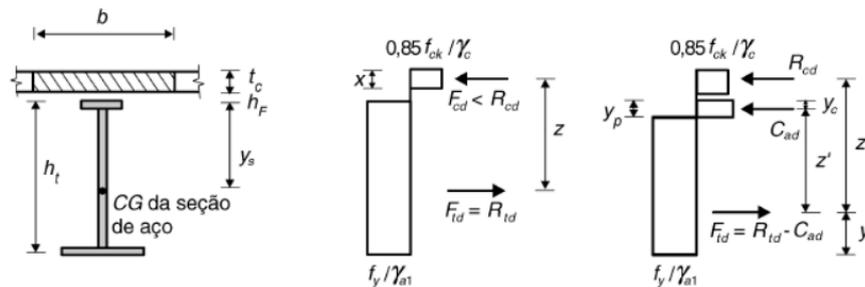
A_t é a área tracionada da seção de aço;

y_t é a posição do centro de gravidade da seção de aço tracionada, medida a partir do bordo inferior;

y_c é a posição do centro de gravidade da seção comprimida de aço, medida a partir do bordo superior da seção de aço.

Na Figura 4 é possível visualizar os diagramas de tensões no estado limite último de projeto de vigas mistas sob momento positivo com ligação total.

Figura 4 – Seção mista.



Fonte: (PFEIL e PFEIL, 2021).

Determinação das variáveis aleatórias e suas distribuições

Na Tabela 2 são apresentadas as variáveis aleatórias e suas respectivas distribuições utilizadas para este estudo.

A utilização frequente da Distribuição Normal se deve à sua simetria em relação à média e à sua curva em formato de sino. O ponto de máximo da distribuição, onde a média, mediana e moda coincidem, a torna uma representação eficaz para diversas variáveis aleatórias empregadas em projetos.

Tabela 2 – Distribuição e valores das variáveis aleatórias.

V.A	Simbologia	Unidade	Distribuição	μ_x	σ_x
Altura da laje de concreto	t_c	cm	Normal	10	0,6
Resistência do aço estrutural para perfil	f_y	MPa	Normal	$1,08f_y$	$0,08\mu_x$
Resistência do concreto	f_c	MPa	Normal	$1,17f_{ck}$	$0,15\mu_x$

Fonte: (SANTOS et al., 2014).

Simulação de Monte Carlo

A simulação foi feita no software *Visual Studio Code*, com o código descrito na Figura 5.

Figura 5 – Codificação da simulação do método.

```
def calculo_distribuiçao_media(media: float, desvpad: float, area: bool = False) -> list:
    AMOSTRAS: int = 1000000
    medias: list = []
    areas: list = []

    if (area):
        for i in range(AMOSTRAS):
            numero_aleatorio: float = np.random.rand()
            medias.append(norm.ppf(numero_aleatorio, media, desvpad))
            areas.append(np.pi * (medias[i] / 2) ** 2)

        return medias, areas

    else:
        for i in range(AMOSTRAS):
            numero_aleatorio: float = np.random.rand()
            medias.append(norm.ppf(numero_aleatorio, media, desvpad))

        return medias
```

Fonte: *Visual Studio Code*.

Conhecidas as equações e variáveis, foram feitas simulações de 1.000.000 de amostras, alterando as cargas variáveis em um intervalo de 10 números inteiros entre 8 kN/m e 17 kN/m. Com isso, é possível encontrar as probabilidades de falha da viga mista.

Cálculo da confiabilidade da estrutura

Utilizando a linguagem de programação Python e Monte Carlo, foi possível obter as probabilidades de falha pela Equação 19 e os índices de confiabilidade pela Equação 20.

$$P_f = \frac{n(g(x) \leq 0)}{N} \quad \text{(Equação 19)}$$

$$\beta = \frac{E[g(x)]}{\sqrt{\text{Var}[g(x)]}} \quad \text{(Equação 20)}$$

Onde:

n(g(X) ≤ 0) é o número de ocorrências de falhas;

N é o número de eventos;

E[g(X)] é o valor esperado (média);

Var[g(X)] é a variância da função de falha.

Com esses dados e o cálculo da relação entre as cargas permanentes e variáveis demonstrado na Equação 21, é possível a plotagem do gráfico com a curva do índice de confiabilidade β x χ .

$$\chi = \frac{Q_k}{G_k + Q_k} \quad \text{(Equação 21)}$$

Sendo:

Q_k a carga variável (q_2);

G_k a carga permanente (g_2).

Resultados e Discussão

A Tabela 3 apresenta as probabilidades de falha obtidas pelo software *Visual Studio Code*, através da alteração da carga variável de utilização (q_2) e da carga de construção (q_1), que está em função da carga de utilização.

Tabela 3 – Probabilidades de falha relacionadas às cargas variáveis.

Carga Variável de Utilização (kN/m)	Probabilidade de Falha
8.0	1e-06
9.0	1e-06
10.0	1e-06
11.0	1e-06
12.0	1e-06
13.0	2e-06
14.0	8.7e-05
15.0	0.002323
16.0	0.034619
17.0	0.228498

Fonte: Autora.

A Tabela 4 indica a associação dos índices de confiabilidade com as probabilidades de falha encontradas para a relação do esforço do momento solicitante e resistente da viga mista ($R \geq S$).

Tabela 4 – Índices de confiabilidade.

Probabilidade de Falha	Índice de Confiabilidade
1e-06	4.753424308822899
2e-06	4.611382362302668
8.7e-05	3.7540501895514504
0.002323	2.8306054043872537
0.034619	1.816863609465816
0.228498	0.743802446280563

Fonte: Autora.

A Tabela 5 demonstra os Chi (χ) calculados pela relação das cargas variáveis de utilização com a carga permanente, como demonstrado na Equação 21.

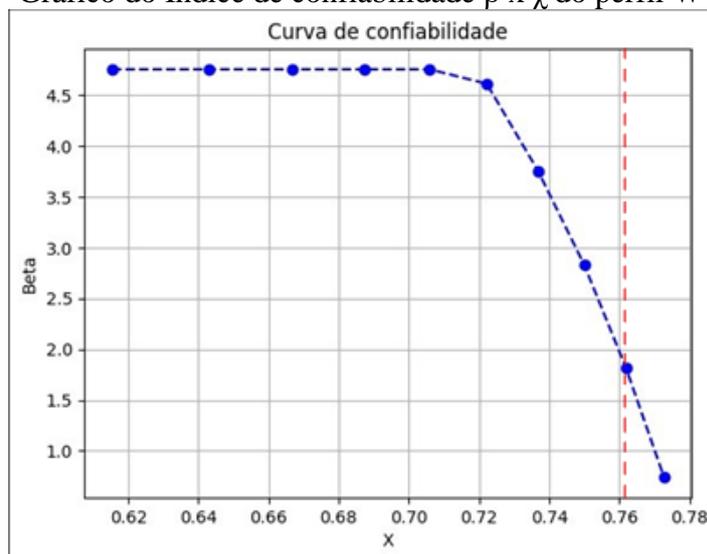
Tabela 5 – Variáveis Chi (χ).

Carga Variável de Utilização (kN/m)	Carga Permanente Após a Cura do Concreto (kN/m)	χ
8.0	5.0	0.6153846153846154
9.0	5.0	0.6428571428571429
10.0	5.0	0.6666666666666666
11.0	5.0	0.6875
12.0	5.0	0.7058823529411765
13.0	5.0	0.7222222222222222
14.0	5.0	0.7368421052631579
15.0	5.0	0.75
16.0	5.0	0.7619047619047619
17.0	5.0	0.7727272727272727

Fonte: Autora.

A Figura 6 representa a plotagem do gráfico de confiabilidade do perfil W460 x 82,0, descrito na Figura 3, relacionada ao momento fletor da viga mista intermediária do piso do edifício estudado.

Figura 6 – Gráfico do Índice de confiabilidade $\beta \times \chi$ do perfil W460 x 82,0.



Fonte: *Visual Studio Code*.

A linha tracejada vermelha representa o limite determinístico.

Normas e comitês internacionais estabelecem valores de referência para o uso global do beta. A Tabela 6 indica esses valores relacionados a estados de limite último.

Tabela 6 – Valores de Beta alvo.

Medida relativa do custo de segurança	Consequências leves de falha	Consequências moderadas de falha	Consequências graves de falha
Alto	3.10	3.30	3.70
Normal	3.70	4.20	4.40
Pequeno	4.20	4.40	4.70

Fonte: (Felipe, 2023)

Para vigas, deve-se levar em consideração um custo de segurança alto com consequências moderadas a graves de falha. Portanto, o valor do beta alvo deve estar entre 3,30 e 3,70.

No gráfico da Figura 6, é possível observar que, para as menores cargas, o valor de beta alvo é próximo a 4,70. Porém, com o aumento da carga, esse valor decai consideravelmente até valores menores que 3,0.

O presente trabalho aborda um estudo voltado exclusivamente para o cálculo do momento solicitante e resistente da viga mista intermediária apresentada no exercício proposto descrito acima. Portanto, para outras situações as variáveis aleatórias escolhidas e critérios de segurança podem ser diferentes.

Conclusões

O script desenvolvido em Python auxiliou na obtenção do índice de confiabilidade com maior assertividade e agilidade. Porém, não foi possível simular mais de 1.000.000 de amostras devido a limitação do hardware.

O perfil escolhido (W460 x 82,0), pelo cálculo da área mínima demonstrado anteriormente, apresenta, para o intervalo de menores cargas, um índice de confiabilidade com um custo de segurança pequeno, mesmo com consequências graves de falha.

Com o aumento da carga, foi possível perceber um aumento significativo no custo de segurança, mesmo com consequências leves de falha.

Levando em consideração um custo elevado de segurança com consequências moderadas a graves de falha, o perfil escolhido, até a carga de aproximadamente 14 kN/m, é seguro; porém, para cargas maiores, não seria o recomendado.

O aumento do número de perfis escolhidos, juntamente com a adoção de diferentes distribuições para as variáveis aleatórias, além do aumento do número de variáveis aleatórias altera significativamente os resultados de probabilidade de falha ou índices de confiabilidade.

Referências Bibliográficas

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS; (2008) *Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios – NBR 8800*. Rio de Janeiro, Brasil.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS; (2023) *Projeto de estruturas de concreto – Procedimento - NBR 6118*. Rio de Janeiro, Brasil.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS; (2004) *Ações e segurança nas estruturas – Procedimento – NBR 8681*. Rio de Janeiro, Brasil.

Andrade, R. F., Ferreira, C., & Abreu, R. O. (2016). *Dimensionamento automatizado de vigas mistas conforme a NBR 8800:2008 e a NBR 6118:2014*.

Carvajalino, J. (2010). *Acoplamento de Estados Limites na Avaliação da Confiabilidade Estrutural de Dutos e Estruturas* (Vol. 2).

Felipe, T. R. C. (2023). UMA BREVE INTRODUÇÃO À CONFIABILIDADE ESTRUTURAL. *10/01*, 84–91.

Andriolo, D., & Candelaria, R. (2018). *ESTRUTURAS METÁLICAS* (Vol. 1).

Maciel, R. A., & Lyra, P. H. (2018). *ANÁLISE DE CONFIABILIDADE DE UMA VIGA PRÉ-MOLDADA PROTENDIDA DE UMA PONTE DIMENSIONADA NO ESTADO LIMITE DE SERVIÇO PELA NORMA BRASILEIRA*.

Pantoja, J. (2012). *Geração automática via otimização topológica e avaliação de segurança de modelos de bielas e tirantes*.

PFEIL, W., & PFEIL, M. (2021). *Estruturas de Aço - Dimensionamento Prático* (9ª).

Santiago, W. C., Kroetz, H. M., Santos, S. H. de C., Stucchi, F. R., & Beck, A. T. (2020).

Reliability-based calibration of main brazilian structural design codes. *Latin American Journal of Solids and Structures*, *17*(1). <https://doi.org/10.1590/1679-78255754>

SANTOS, D. M., STUCCHI, F. R., & BECK, A. T. (2014). *Reliability of beams designed in accordance with Brazilian codes*.