

MODELAGEM E ANÁLISE DA DINÂMICA VEICULAR PARA AVALIAÇÃO DE DIRIGIBILIDADE

Pedro Andrade Hirschfeld ¹; Fernando Malvezzi ²

¹ Aluno de Iniciação Científica do Instituto Mauá de Tecnologia (IMT);

² Professor do Instituto Mauá de Tecnologia (IMT).

Resumo. *Acidentes de trânsito causam a morte de milhares de pessoas anualmente ao redor do mundo. Nas últimas décadas, tem sido realizado um crescente investimento em pesquisas de sistemas ativos com o intuito de auxiliar o condutor do veículo e evitar acidentes. Modelos matemáticos que representem a dinâmica do veículo têm sido empregados tanto para a análise do desempenho desses sistemas como para o entendimento da dinâmica veicular, sendo que alguns deles são bastante simplificados e linearizados, embora o comportamento dinâmico do veículo não seja linear. Neste contexto, esta pesquisa tem como objetivo empregar modelos matemáticos da dinâmica veicular e analisar a aplicabilidade de um modelo linear para avaliar a dirigibilidade de um veículo. Este estudo permitirá entender em quais condições o modelo é adequado para a análise da dinâmica veicular.*

Introdução

De acordo com a Organização Mundial da Saúde, aproximadamente 1,3 milhão de pessoas morrem anualmente devido a acidentes de trânsito (WHO, 2022). Diversas iniciativas têm sido propostas para mitigar esses números, como a qualidade das estradas, dos veículos e o comportamento dos condutores. Desde a década de 1980, há um crescente desenvolvimento de sistemas ativos com o intuito de auxiliar o condutor do veículo e evitar acidentes, como por exemplo, os sistemas ABS (*Anti-lock Brake System*) e ESP (*Electronic Stability Program*).

Sistemas ativos de segurança desempenham um papel cada vez mais significativo em garantir uma dirigibilidade mais segura, especialmente com o desenvolvimento de novas tecnologias, como para os veículos autônomos. Para a operação segura destes em condições críticas, é necessário que o caminho planejado seja seguido e, ao mesmo tempo, que a estabilidade seja garantida. Sistemas baseados em direção ativa, controle de cambagem e/ou controle de frenagem são comumente adotados para cumprir esses dois objetivos (Zhang *et al.*, 2020, Malvezzi *et al.*, 2022, 2015, 2014). Contudo, a intervenção na frenagem, além de influenciar o conforto, pode não produzir o desempenho desejado em casos em que as forças no contato pneu/pavimento tendem ao limite de aderência. Para aumentar o controle e melhorar a dirigibilidade do veículo, Zhang *et al.* (2020) propuseram um controlador de cambagem, com o qual um acréscimo de forças laterais podem potencialmente ser produzidas em cada pneu por meio da variação da cambagem das rodas. O controlador de cambagem aplicou o modelo de controle preditivo (*MPC-Model Predictive Control*), empregando um modelo plano não-linear de veículo com 4 rodas e o modelo de pneu *Dugoff* modificado, no qual o efeito da cambagem na força lateral do pneu foi representado por uma componente linear (denominada *camber stiffness*), considerando as restrições tanto de segurança quanto do atuador utilizado pelo sistema. Os testes com o controlador foram realizados com diversos valores de cambagem e diferentes condições de aderência entre o pneu e o pavimento, no que diz respeito ao seguimento da trajetória, estabilidade de guinada e ganho de velocidade.

O controle eletrônico de estabilidade (*ESC-Electronic Stability Control*) e direção nas quatro rodas (*4WS-four-wheel steering*) também são usados para controlar a velocidade de guinada e o ângulo de deriva dos automóveis, a fim de melhorar a estabilidade e evitar acidentes. Com o objetivo de avaliar o sistema de melhor desempenho, Chatzikomis e Spentzas

(2014) compararam o comportamento de um veículo sem nenhum sistema de controle com um veículo equipado com ESC, um equipado com 4WS e outro equipado com uma combinação entre ESC e 4WS em uma série de testes simulados utilizando um modelo de veículo não linear, de 10 graus de liberdade, empregando as equações de movimento de um veículo obtidas a partir das equações de Newton-Euler e simulado com o uso do programa Simulink. Com relação ao modelo de pneu, as forças e momentos no contato pneu/pavimento foram calculados usando a fórmula de Pacejka (Pacejka, 2002).

Com relação às pesquisas abordando sistemas ativos para controle de estabilidade, diversos modelos matemáticos que representem a dinâmica do veículo têm sido empregados para a análise do desempenho deles. Muitos desses modelos são bastante simplificados e linearizados, apesar do comportamento dinâmico do veículo não ser linear.

Entretanto, desde início deste século, modelos completos e não lineares de veículos (*nonlinear full-vehicle model*) têm sido utilizados tanto pela comunidade acadêmica como pelos fabricantes de veículos, especialmente por meio de programas comerciais, como o ADAMS® (*Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems*). Este programa tem a vantagem de simular o comportamento dinâmico do veículo considerando diversos parâmetros que não são contemplados nos modelos mais simplificados, pois a capacidade preditiva da simulação depende da precisão do modelo matemático que representa o veículo e sua condição de operação (Lu et al., 2007). Contudo, o programa demanda um grande número de dados para a criação dos modelos, além de não ser adequado para simulações em tempo real. As equações do movimento do veículo que são empregadas nas simulações também não são disponibilizadas pelo programa.

Outro aspecto relevante com relação à importância de modelos matemáticos para a dinâmica veicular se refere aos veículos autônomos, que se tornarão cada vez mais onipresentes e representarão uma alteração verdadeiramente disruptiva no sistema de transporte atual. Os modelos matemáticos da dinâmica veicular são fundamentais tanto para o entendimento da dinâmica desses veículos autônomos como para a análise do desempenho dos sistemas de controle implementados.

Dada a relevância dos modelos matemáticos para a dinâmica veicular, tanto para veículos convencionais quanto para os veículos autônomos, neste trabalho de iniciação científica será simulada a dirigibilidade de um veículo com o emprego de dois modelos da dinâmica veicular, com o intuito de se comparar as possíveis discrepâncias nos valores das variáveis de estado do veículo obtidas a partir deles. Este estudo permitirá entender em que condições cada modelo é adequado para a análise da dinâmica veicular.

Material e Métodos

As etapas da metodologia para alcançar os objetivos desta pesquisa são: modelagem da dinâmica veicular, elaboração de algoritmos e simulação numérica do comportamento dinâmico do veículo a partir dos modelos.

Na modelagem serão considerados o modelo linear simplificado de veículo de 2 graus de liberdade (aceleração lateral e guinada) e o modelo completo não linear.

O modelo de 2 graus de liberdade (GdL) elaborado neste trabalho foi implementado no ambiente Matlab/Simulink, e os resultados das simulações do comportamento dinâmico do veículo foram apresentados na forma de gráficos das variáveis velocidade de guinada, aceleração lateral e ângulo de deriva do veículo, todos no domínio do tempo.

Os resultados obtidos a partir do modelo de 2 GdL foram comparados com aqueles gerados com o modelo completo de veículo, disponível no programa comercial para simulação da dinâmica veicular CarSim, que emprega um modelo multicorpos de veículo completo, com 16 graus de liberdade e 32 corpos. Os modelos matemáticos tanto dos pneus quanto dos

amortecedores são não lineares. Os parâmetros utilizados nas simulações são compatíveis com um veículo classe C, e estão listados na Tabela 1.

Tabela 1 – Nomenclatura e dimensões dos parâmetros utilizados.

Símbolo	Nomenclatura	Dimensões	Unidades
C_f	Cornering stiffness do eixo dianteiro (2 pneus)	218411	N/rad
C_r	Cornering stiffness do eixo traseiro (2 pneus)	151261	N/rad
l_f	Distância entre o CG e o eixo dianteiro	1016	mm
l_r	Distância entre o CG e o eixo traseiro	1562	mm
m	Massa total do veículo	1416	kg
v_x	Velocidade do veículo durante a manobra	35 e 55	km/h
I_z	Momento de inércia	1769,5	kg.m ²
δ	Ângulo médio de esterçamento nos pneus dianteiros durante a manobra	0,07853	rad

O modelo de veículo de 2 GdL, também conhecido como modelo bicicleta (*bicycle model* ou *single track*), é aplicado para curvas com grande raio de curvatura, onde o ângulo de esterçamento é pequeno e a diferença entre os ângulos de esterçamento das rodas interna e externa pode ser desprezada. A aceleração lateral é baixa (até 0,35g).

Neste modelo, as forças atuantes nos dois pneus de um mesmo eixo, na direção de cada eixo coordenado (x e y), são somadas e aplicadas em um único pneu hipotético, localizado no centro desse eixo, como mostrado na Figura 1.

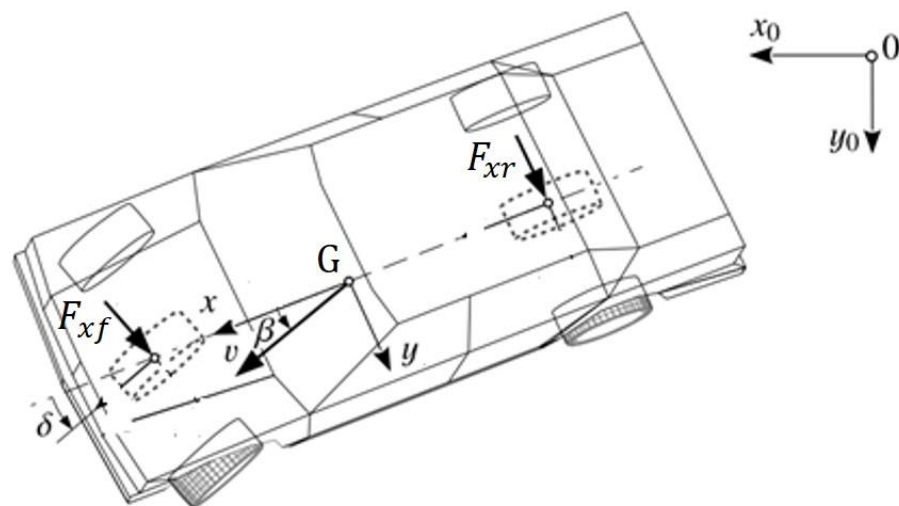


Figura 1 – Modelo bicicleta (*single track*). Adaptado de Rill e Castro (2020).

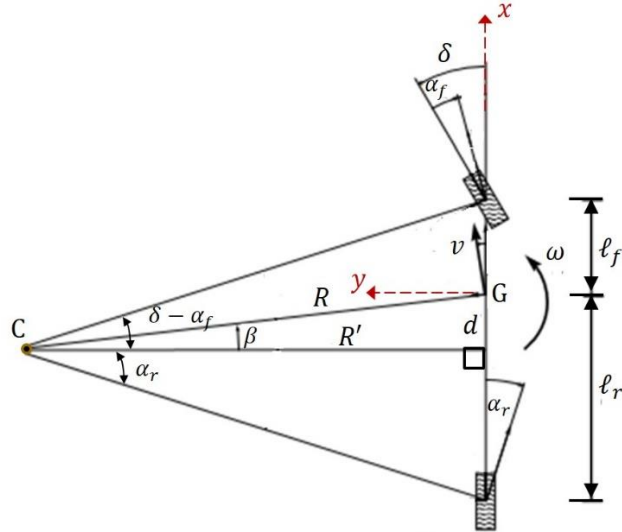


Figura 2 – Modelo bicicleta: variáveis cinemáticas e geométricas.

A Figura 2 apresenta as variáveis cinemáticas e geométricas do modelo de 2 GdL durante uma curva em torno do centro instantâneo de rotação do veículo (ponto C). Na figura 3 é destacado o ângulo de deriva do veículo (β), que juntamente com a velocidade angular em guinada (ω) são as variáveis que serão determinadas a partir do modelo de 2GdL.

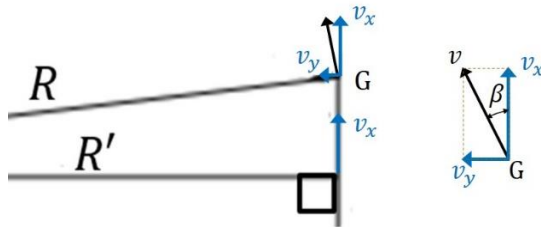


Figura 3 – Relações cinemáticas e geométricas.

A partir das Figuras 2 e 3, obtém-se as relações cinemáticas e geométricas apresentadas nas equações de (1) a (5).

$$\tan \beta \cong \beta = \frac{d}{R'} = \frac{v_y}{v_x} \quad (1)$$

$$\delta - \alpha_f = \frac{l_f + d}{R'} = \frac{l_f}{R'} + \beta \quad (2)$$

$$\alpha_r = \frac{l_r - d}{R'} = \frac{l_r}{R'} - \beta \quad (3)$$

$$v = \omega R \Rightarrow R = \frac{v}{\omega} \quad (4)$$

$$v_x = \omega R' \Rightarrow R' = \frac{v_x}{\omega} \quad (5)$$

Sendo α_f e α_r os ângulos de deriva dos pneus dianteiro e traseiro, respectivamente. Substituindo a equação (5) nas equações (2) e (3), foi obtido:

$$\alpha_f = \delta - \frac{\omega l_f}{v_x} - \beta \quad (6)$$

$$\alpha_r = \frac{\omega l_r}{v_x} - \beta \quad (7)$$

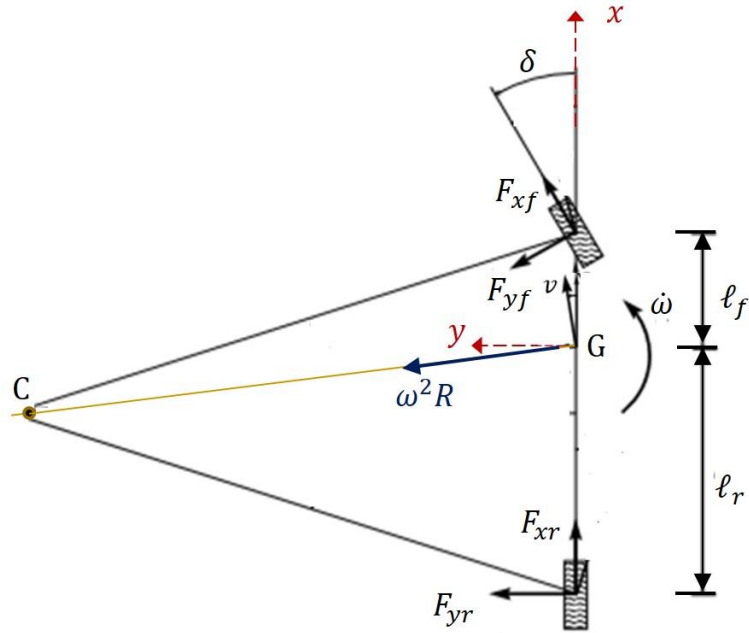


Figura 4 – Modelo bicicleta com forças nas rodas.

Em seguida, foram calculadas as equações do movimento do veículo para a dinâmica lateral. Para v_x constante, $F_{xf} \cong 0$. Para curvas de grande raio, δ é pequeno, e $F_{yf} \cos \delta \cong F_{yf}$. Portanto, o somatório de forças na direção y é obtido pela equação (8).

$$F_{yf} + F_{yr} = ma_y \quad (8)$$

Sendo a aceleração lateral calculada por:

$$a_y = \dot{v}_y + \omega^2 R \cos \beta \quad (9)$$

Lembrando que:

$$\omega^2 R \cos \beta = v_x \omega \quad (10)$$

$$v_y = \beta v_x \Rightarrow \dot{v}_y = \dot{\beta} v_x \quad (\dot{v}_x = 0) \quad (11)$$

Substituindo as equações (10) e (11) na equação (9), vem:

$$F_{yf} + F_{yr} = ma_y = m(\dot{\beta} v_x + v_x \omega) \quad (12)$$

O somatório de momentos em relação ao polo G é dado pela equação (13).

$$I_z \dot{\omega} = l_f F_{yf} - l_r F_{yr} \quad (13)$$

Sendo que as forças laterais são relacionadas com o *cornering stiffness* dos pneus, conforme equações (14) e (15).

$$F_{yf} = C_f \alpha_f \quad (14)$$

$$F_{yr} = C_r \alpha_r \quad (15)$$

Substituindo as equações (14) e (15) nas equações (12) e (13), vem:

$$C_f \alpha_f + C_r \alpha_r = m a_y = m(\dot{\beta} v_x + v_x \omega) \quad (16)$$

$$I_z \dot{\omega} = l_f C_f \alpha_f - l_r C_r \alpha_r \quad (17)$$

Finalmente, substituindo as equações (6) e (7) nas equações (16) e (17), foram obtidas as equações diferenciais do movimento do veículo com dois graus de liberdade:

$$\dot{\beta} = \frac{C_f}{m v_x} \delta - \frac{(C_f + C_r)}{m v_x} \beta + \frac{l_r C_r + l_f C_f}{m v_x^2} \omega - \omega \quad (18)$$

$$\dot{\omega} = \frac{l_f C_f}{I_z} \delta + \frac{l_r C_r - l_f C_f}{I_z} \beta + \frac{l_f^2 C_f + l_r^2 C_r}{I_z v_x} \omega \quad (19)$$

Sendo C_f e C_r os *cornering stiffness* para os dois pneus dos eixos dianteiro e traseiro, respectivamente. Deste modo, o *cornering stiffness* de um dado pneu deve ser multiplicado por dois para ser aplicado nas equações (18) e (19).

A manobra empregada na comparação entre os resultados dos dois modelos de veículos considerados (modelo completo de veículo e o modelo de 2 GdL) simula o esterçamento repentino no volante, baseada na manobra normalizada denominada *step steer* (Rill e Castro, 2020). Nesta manobra, o veículo está em movimento retilíneo uniforme, quando é aplicado um esterçamento brusco para um determinado valor e mantido assim até que as variáveis da resposta (a velocidade angular em guinada ω e o ângulo de deriva do veículo β , neste trabalho) estabilizem em regime permanente.

As equações (18) e (19) do modelo matemático de 2 GdL foram implementadas em uma rotina de cálculos no programa Matlab e a solução numérica das equações diferenciais foi obtida com o emprego da função *ode45*, que implementa o método de Runge-Kutta de 4ª e 5ª ordens.

Resultados e Discussão

Com base na análise da manobra *step steer*, os resultados obtidos a partir da integração das equações diferenciais foram comparados com os da simulação do programa comercial CarSim, considerando o veículo trafegando em duas velocidades distintas (35 km/h e 55 km/h). A escolha dessas velocidades teve o intuito de avaliar a aderência entre os modelos em duas acelerações laterais: uma abaixo de 0,35g e outra acima desse valor, como mostrado nos gráficos 2 e 6.

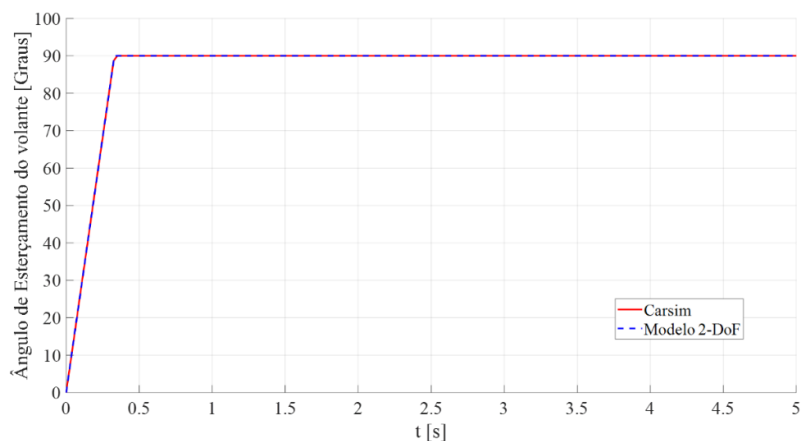


Gráfico 1 – Esterçamento do volante na manobra *step steer*.

O Gráfico 1 ilustra o ângulo de esterçamento do volante na manobra estudada, que consiste em um salto repentino para 90°.

Então, foram analisadas a aceleração lateral, a velocidade de guinada e o ângulo de deriva do veículo sob um mesmo intervalo de tempo, representados nos gráficos 2, 3 e 4, respectivamente, para uma velocidade de 35 km/h. O gráfico 5 mostra a variação de velocidade durante a manobra.

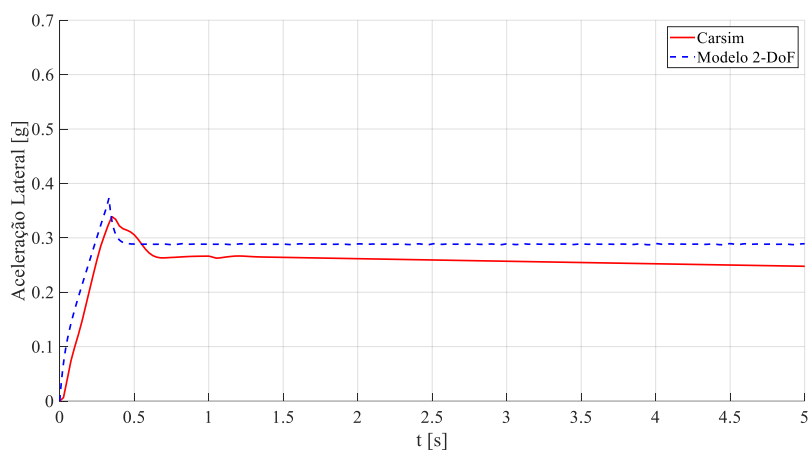


Gráfico 2 – Aceleração lateral em função do tempo para 35 km/h.

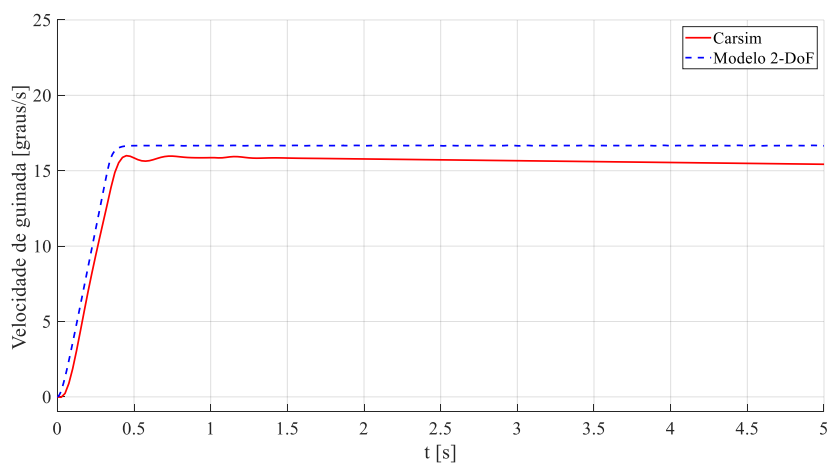


Gráfico 3 – Velocidade de guinada em função do tempo para 35 km/h.

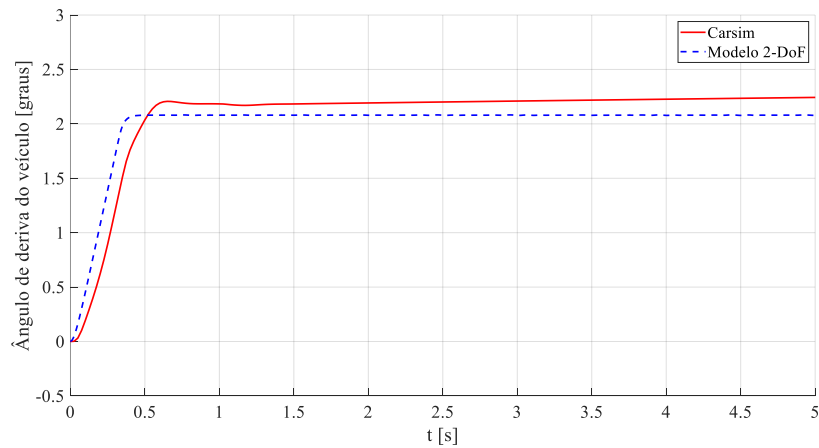


Gráfico 4 – Ângulo de deriva do veículo em função do tempo para 35 km/h.

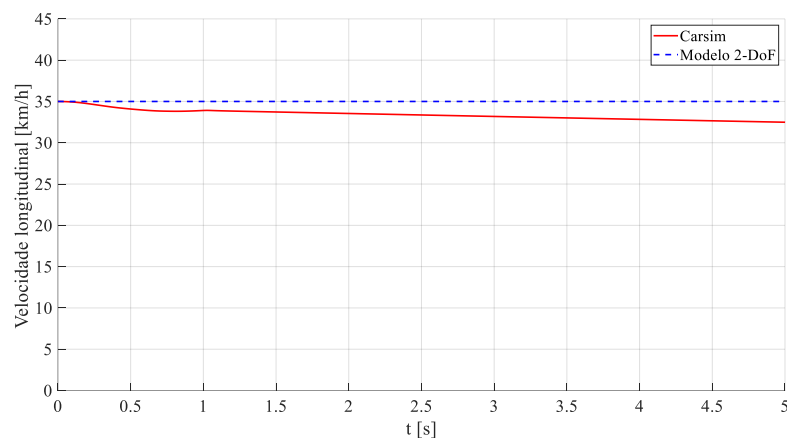


Gráfico 5 – Variação de velocidade durante a manobra para 35 km/h.

Por fim, foram realizadas as mesmas análises anteriores para uma velocidade de 55 km/h, dispostas nos gráficos 6 a 9.

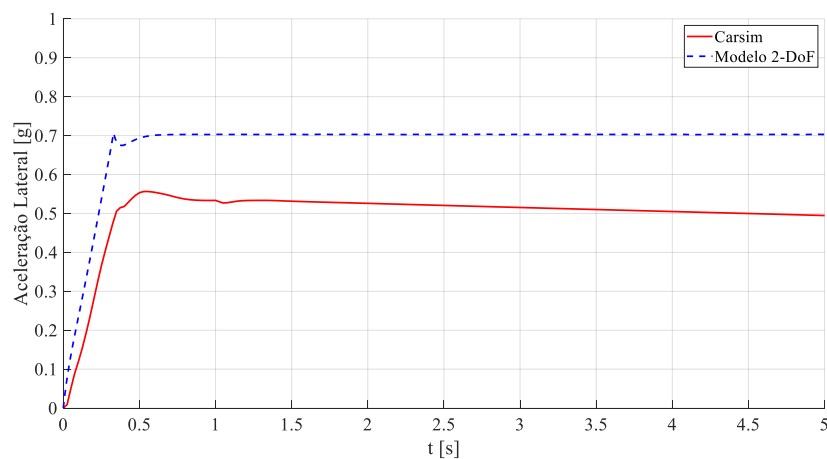


Gráfico 6 – Aceleração lateral em função do tempo para 55 km/h.

A partir dos gráficos de 2 a 9, conclui-se que, em velocidades menores, as variáveis analisadas apresentam resultados próximos nos dois modelos. Em contrapartida, executando a manobra em velocidades maiores, a aceleração lateral aumenta, e a aderência entre os resultados obtidos com o modelo de 2 graus de liberdade e com o modelo completo (CarSim) diminui.

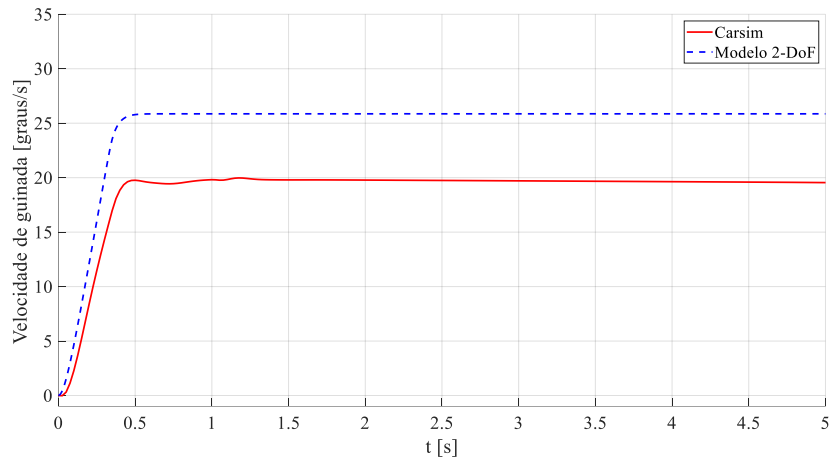


Gráfico 7 – Velocidade de guinada em função do tempo para 55 km/h.

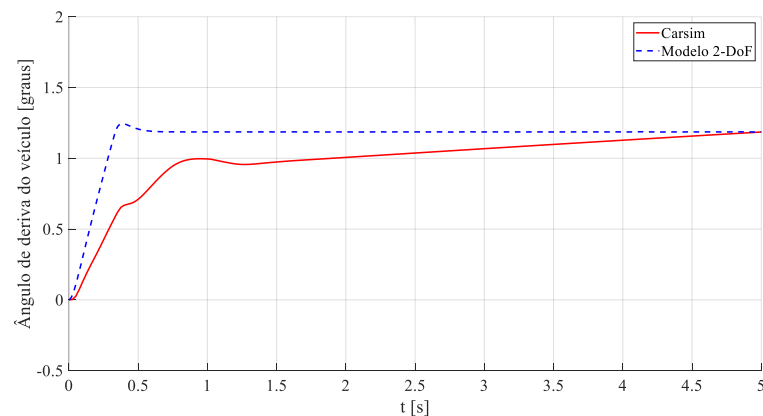


Gráfico 8 – Ângulo de deriva do veículo em função do tempo para 55 km/h.

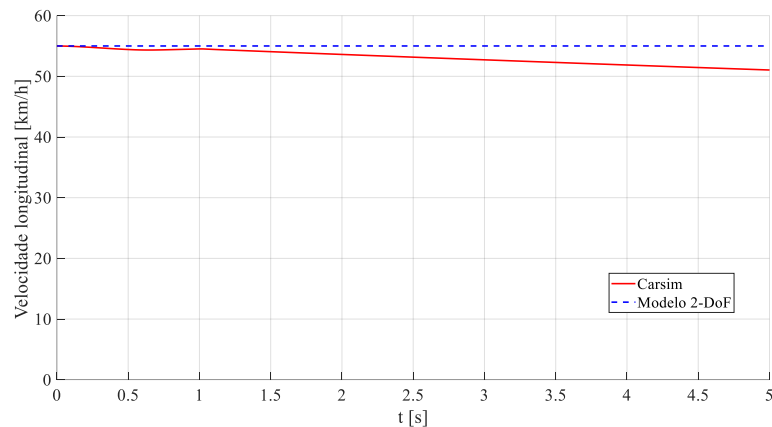


Gráfico 9 – Variação de velocidade durante a manobra para 55 km/h.

Esta diferença entre os resultados é devido à transferência lateral de carga entre os pneus de um mesmo eixo, que se torna significativa a partir de acelerações laterais acima de 0,35g, já que a relação entre a força lateral e a força vertical nos pneus não é linear para ângulos de deriva presentes em acelerações laterais elevadas (Rill e Castro, 2020). Além disso, o modelo completo de veículo implementado no CarSim leva em conta o efeito *compliance* das suspensões¹, o que não é considerado no modelo de 2 GdL.

¹ Este efeito é devido à flexibilidade das buchas nas suspensões dianteira e traseira, o que gera uma variação na convergência das rodas, com influência na dirigibilidade.

Contudo, é relevante destacar que, exceto em manobras evasivas, a aceleração lateral do veículo é inferior a 0,35g, o que justifica o emprego do modelo linear de 2 GdL em diversas aplicações, como no projeto de controladores de sistemas de controle de estabilidade.

Conclusões

A partir das análises realizadas comparando o comportamento de um veículo em uma manobra *step steer* com os dois modelos, foi possível concluir que, para acelerações laterais inferiores a 0,35g o modelo de veículo linear de 2 graus de liberdade pode ser aplicado para avaliar a dirigibilidade do veículo. Por outro lado, para valores da aceleração lateral acima de 0,35g a aderência entre os resultados dos modelos diminui. Portanto, neste caso, o modelo linear de 2 graus de liberdade passa a não ser mais adequado para avaliar a dirigibilidade do veículo. Dando continuidade a esta pesquisa, trabalhos futuros deverão avaliar os benefícios de se incluir a rolagem da carroceria como um grau de liberdade adicional ao modelo de 2 GdL aqui apresentado.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Instituto Mauá de Tecnologia pelo suporte financeiro, por meio da bolsa de Iniciação Científica do aluno no ano de 2022.

Referências Bibliográficas

- Chatzikomis, C. I.; Spentzas, K. N. (2014). Comparison of a vehicle equipped with Electronic Stability Control (ESC) to a vehicle with Four Wheel Steering (4WS), *Forschung im Ingenieurwesen*, **77** 3-4, <https://doi.org/10.1007/s10010-014-0172-z>.
- Rill, J.; Castro A. A. (2020). *Road Vehicle Dynamics*. 2nd ed. Boca Raton, CRC Press.
- Lu, X.; Guo, K.; Lu, D.; Wang, Y. (2007). Effect of tire camber on vehicle dynamic simulation for extreme cornering, *Vehicle System Dynamics*, **44:sup 1**, 39-49, <https://doi.org/10.1080/00423110600867309>.
- Malvezzi, F.; Hess Coelho, T. A.; Orsino, R. M. M. (2022). Feasibility and performance analyses for an active geometry control suspension system for over-actuated vehicles. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, **44**, 178, <https://doi.org/10.1007/s40430-022-03448-4>.
- Malvezzi, F.; Hess Coelho, T. A. (2015). Singularity and Workspace Analyses of a 3-DOF Parallel Mechanism for Vehicle Suspensions. *Mechanisms and Machine Science*. 1st ed. Springer International Publis., **31**, 311-319, https://doi.org/10.1007/978-3-319-17067-1_32.
- Malvezzi, F.; Hess Coelho, T. A. (2014). Topological Synthesis of a Novel Parallel Mechanism for Vehicle Rear Suspensions. *Mechanisms and Machine Science*. 1st ed.: Springer Netherlands, **17**, 33-40, https://doi.org/10.1007/978-94-007-7485-8_5.
- Pacejka, H. B. (2002). *Tyre and vehicle dynamics*. 2nd ed. Burlington, Butterworth-Heinemann.
- World Health Organization (2022) Road traffic injuries. <https://www.who.int/news-room/factsheets/detail/road-traffic-injuries>. Acesso em: novembro de 2022.
- Zhang, W.; Drugge, L.; Nybacka, M.; Wang, Z. (2020). Active camber for enhancing path following and yaw stability of over-actuated autonomous electric vehicles, *Vehicle System Dynamics*, **59:5**, 800-821, <https://doi.org/10.1080/00423114.2020.1723653>.