

ANÁLISE CINEMÁTICA DE UM MECANISMO PARALELO APLICADO COMO ATENUADOR DE VIBRAÇÕES

Luiz Gustavo Urbano ¹; Fernando Malvezzi ²

¹ Aluno de Iniciação Científica da Escola de Engenharia Mauá (EEM/CEUN-IMT);

² Professor da Escola de Engenharia Mauá (EEM/CEUN-IMT).

Resumo. *Pacientes transportados por meio das ambulâncias estão sujeitos às vibrações induzidas pela superfície por onde o veículo trafega, o que pode agravar o estado clínico deles. Uma possibilidade para aliviar o desconforto gerado pela vibração sobre o paciente é a utilização de um mecanismo que atenua os movimentos transmitidos do piso da ambulância à maca. Apesar dos mecanismos de estrutura cinemática paralela proporcionam elevada rigidez, precisão, altas velocidades de deslocamento e baixo peso, não são comuns estudos abordando seu emprego como atenuador de vibração em ambulâncias. Destaca-se que o espaço de trabalho reduzido e as posições de singularidades são os obstáculos que podem dificultar a sua implementação. Neste cenário, este trabalho consiste na análise cinemática de um mecanismo de arquitetura paralela para ser empregado como atenuador de vibrações de uma maca de ambulância. Esta análise compreende a identificação tanto do espaço de trabalho do mecanismo quanto das configurações singulares, tanto internas como na fronteira desse espaço de trabalho.*

Introdução

Quando um indivíduo sofre um acidente grave, há a necessidade de ser transportado com rapidez e segurança até um local para que receba o atendimento necessário. O meio mais seguro do transporte ser feito é por meio das ambulâncias, que no Brasil são o resultado de adaptações de veículos de transporte de carga, como caminhonetes, furgões e vans. Esses veículos são maiores e mais pesados do que os veículos de passageiro, gerando, assim, um desconforto para o enfermo que está sendo transportado, devido às vibrações induzidas pela superfície por onde o veículo trafega. Este indesejável cenário pode agravar o estado clínico do indivíduo (Menon, 2018).

Uma possibilidade para aliviar o desconforto gerado pela vibração sobre o paciente é a utilização de um mecanismo que atenua os movimentos transmitidos do piso da ambulância à maca. Neste sentido, os mecanismos de estrutura cinemática paralela devem ser considerados, pois proporcionam elevada rigidez, precisão, altas velocidades de deslocamento e baixo peso. Esses atributos levam à sua aplicação em vários campos, como manipuladores, máquinas-ferramentas e simuladores de voo (Bharadwaj *et al.*, 2020), atraindo um grande número de pesquisadores e instituições a investigar o seu potencial de utilização. Por outro lado, o espaço de trabalho reduzido e as posições de singularidades são os obstáculos que dificultam sua implementação (Wang *et al.*, 2019). Para determinar a área de trabalho de manipuladores, deve-se criar a região alcançável por cada cadeia cinemática, e posteriormente, o espaço de trabalho completo é obtido pela avaliação da intersecção entre essas regiões (Aboulissane *et al.*, 2020). No caso dos manipuladores, a trajetória otimizada deve permitir o deslocamento no menor tempo possível, por trajetórias livres de singularidades dentro do espaço de trabalho. (El Haiek *et al.*, 2019).

Deve-se destacar que as posições de singularidades cinemáticas, também chamadas configurações singulares, trazem vulnerabilidade para a estrutura, e são sempre configurações específicas da cadeia cinemática (Zlatanov *et al.*, 2002). O espaço de trabalho deve ser analisado a fim de se evitar estas posições indesejáveis ao sistema (Aboulissane *et al.*, 2018).

Com relação à rigidez do sistema, os isoladores de vibração com rigidez quase nula (*quase-zero stiffness*) são empregados para atenuar vibrações, pois reduzem a frequência de ressonância e atenuam vibrações de baixa frequência. Contudo, os isoladores baseados em rigidez quase zero possuem espaço de trabalho reduzido e capacidade de carga limitada. Para atenuar esses problemas, Yan *et al.* (2020) propuseram um mecanismo de três elos, com rigidez quase nula e com amplitude de deslocamento elevada.

Como citado anteriormente, os mecanismos paralelos têm sido aplicados predominantemente em operações de manipulação e usinagem. Assim, uma aplicação pouco explorada é o desenvolvimento de atenuadores de vibração para macas de ambulâncias. Esta pesquisa tem como objetivo realizar a análise cinemática de um mecanismo de arquitetura paralela, que será empregado como atenuador de vibrações de uma maca de ambulância. Esta análise compreende a identificação tanto do espaço de trabalho do mecanismo quanto das configurações singulares, tanto internas como na fronteira desse espaço de trabalho.

Material e Métodos

As etapas do método empregado nesta pesquisa estão apresentadas no fluxograma da Figura 1.

Primeiramente, foi realizada uma análise bibliográfica para observar os pontos já estudados sobre mecanismos paralelos e seu possível emprego como atenuador de vibrações. As etapas seguintes da metodologia para alcançar os objetivos desta pesquisa foram: modelagem cinemática, levantamento das possíveis configurações singulares e do espaço de trabalho disponível.

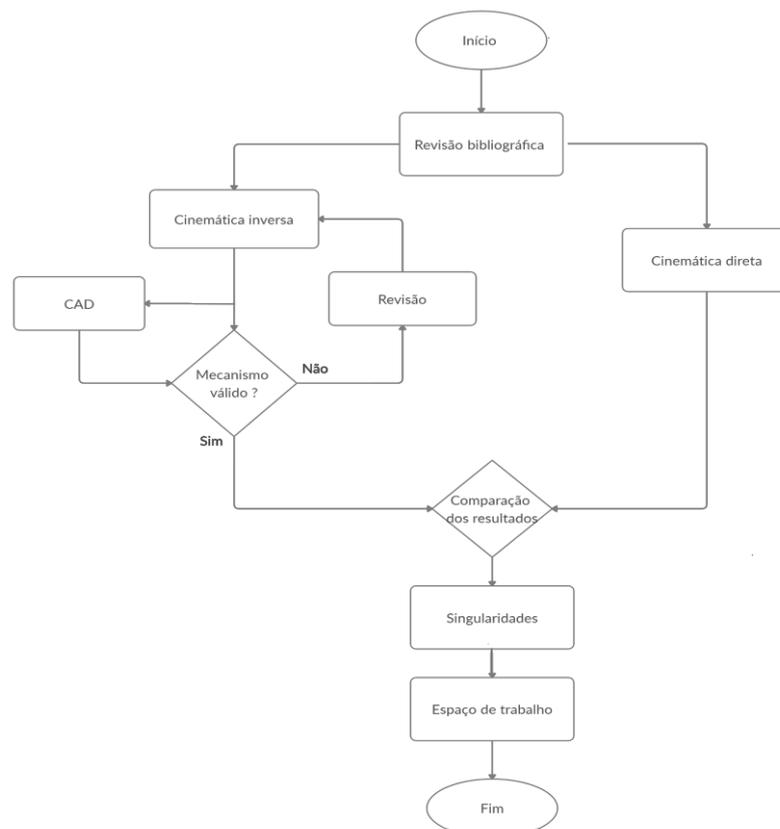


Figura 1 - Fluxograma referente ao desenvolvimento do trabalho.

A modelagem cinemática foi desenvolvida pelo método vetorial, tanto para a cinemática de posição quanto de velocidades.

As configurações singulares, tanto da cinemática inversa quanto da cinemática direta, foram obtidas a partir da análise das matrizes jacobianas. Quando o determinante das matrizes \mathbf{J}_q e/ou \mathbf{J}_x são nulos, o mecanismo atinge uma configuração singular.

O espaço de trabalho disponível foi determinado pelo método da discretização, permitindo visualizar os limites alcançados pela maca, considerando o comprimento das barras e as singularidades das cinemáticas inversa e direta.

O mecanismo 2RRR-PPR considerado neste estudo é plano, de arquitetura paralela, com três graus de liberdade para o órgão terminal, neste caso a maca. As duas cadeias RRR são constituídas por dois elos, conectados por pares de rotação. A cadeia central, PPR, é constituída por duas juntas prismáticas e um par de rotação, como mostrado na Figura 2.

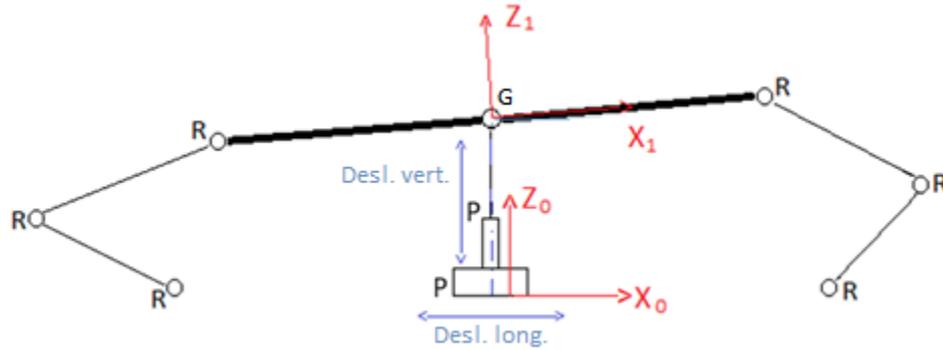


Figura 2 - Mecanismo 2RRR-PPR e os referenciais móvel ($X_1Y_1Z_1$) e inercial ($X_0Y_0Z_0$).

A primeira modelagem feita neste estudo foi para a cinemática inversa, na qual são conhecidas as coordenadas do órgão terminal, definidas pelo vetor $\mathbf{x} = [h \ \gamma \ d]^T$, e pretende-se encontrar as coordenadas dos atuadores, definidas pelo vetor $\mathbf{q} = [\theta_1 \ \theta_2 \ s]^T$ (Figura 3). A variável d , deslocamento longitudinal do baricentro da maca, tem o mesmo valor da variável s , que representa o deslocamento da junta prismática horizontal ($d = s$), de modo que neste texto será empregada apenas a variável d . As equações do modelo matemático foram implementadas em uma rotina de cálculos no programa Matlab. Vale destacar que esse mecanismo pode ser ativo, situação em que atuadores são empregados para controlar as variáveis do vetor \mathbf{q} , ou passivo, quando esses atuadores são substituídos por elementos como molas e amortecedores.

As coordenadas dos pontos C_i , extremidade da plataforma móvel, estão relacionados à altura da maca e ao seu ângulo de inclinação. As coordenadas dos pontos B_i são funções dos ângulos θ_i na base e do comprimento das barras inferiores (Figura 3). Os valores dos ângulos devem respeitar a hipótese de corpo rígido, ou seja, a distância entre B_i e C_i é constante:

$$[{}^0C_i - {}^0B_i] \cdot [{}^0C_i - {}^0B_i]^T = l_s^2 \quad (i = 1,2) \quad (1)$$

$${}^0C_i = {}^0R_i \cdot {}^1C_i \quad {}^0R_i = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & 0 & -\text{sen}(\gamma) \\ 0 & 0 & 0 \\ \text{sen}(\gamma) & 0 & \cos(\gamma) \end{bmatrix} \quad (i = 1,2) \quad (2)$$

Utiliza-se a matriz de transformação homogênea 0R para converter as coordenadas do ponto C_i no referencial $X_1Y_1Z_1$, preso ao centro de gravidade da maca, para o referencial $X_0Y_0Z_0$, fixo na origem do sistema.

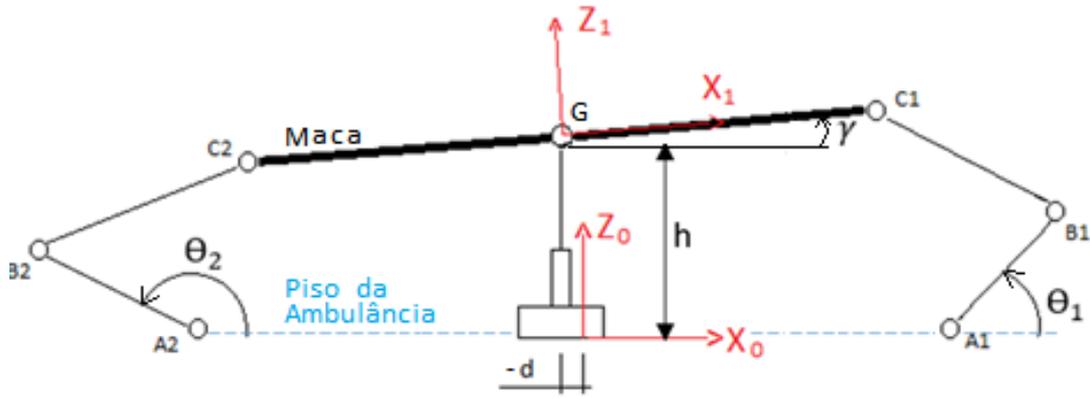


Figura 3 - Mecanismo 2RRR-PPR: coordenadas do órgão terminal (h , γ e d) e orientação das barras inferiores (ângulos θ_1 e θ_2).

Aplicando as equações 1, 2 e 3 para as cadeias 1 e 2, obtém-se:

$$f_1(d, h, \gamma, \theta_1) = d^2 + d \cdot l_{ot} \cdot \cos(\gamma) - d \cdot l_b - 2 \cdot d \cdot l_i \cdot \cos(\theta_1) - (l_{ot} \cdot l_i \cdot \sin(\gamma) + 2 \cdot h \cdot l_i) \cdot \sin(\theta_1) + [-l_{ot} \cdot l_i \cdot \cos(\gamma) + l_b l_i] \cdot \cos(\theta_1) + l_i^2 + \frac{l_{ot}^2 + l_b^2}{4} + h^2 - \frac{l_{ot} \cdot l_b \cdot \cos(\gamma)}{2} + l_{ot} \cdot h \cdot \sin(\gamma) - l_s^2 = 0 \quad (3)$$

$$f_2(d, h, \gamma, \theta_2) = d^2 - d \cdot l_{ot} \cdot \cos(\gamma) + d \cdot l_b - 2 \cdot d \cdot l_i \cdot \cos(\theta_2) + [l_{ot} \cdot l_i \cdot \sin(\gamma) - 2 \cdot h \cdot l_i] \cdot \sin(\theta_2) + [l_{ot} \cdot l_i \cdot \cos(\gamma) - l_b l_i] \cdot \cos(\theta_2) + l_i^2 + \frac{l_{ot}^2 + l_b^2}{4} + h^2 - \frac{l_{ot} \cdot l_b \cdot \cos(\gamma)}{2} - l_{ot} \cdot h \cdot \sin(\gamma) - l_s^2 = 0 \quad (4)$$

Tabela 1 – Nomenclatura e dimensões dos parâmetros utilizados

Símbolo	Segmento	Nomenclatura	Dimensões (mm)
l_{ot}	$\overline{C_1 C_2}$	Comprimento do órgão terminal (maca)	1800
l_b	$\overline{A_1 A_2}$	Comprimento da base	2000
l_i	$\overline{A_i B_i}$	Comprimento da haste inferior	300
l_s	$\overline{B_i C_i}$	Comprimento da haste superior	200
γ	--	Inclinação da maca	-
h	--	Altura do baricentro da maca	-
d	--	Deslocamento longitudinal do baricentro	-

Para a obtenção dos ângulos θ_i , as equações f_1 e f_2 podem ser escritas da seguinte forma:

$$e_1 \sin \theta_i + e_2 \cos \theta_i + e_3 = 0 \quad (i = 1, 2) \quad (5)$$

Substituindo as equações (6) e (7) na equação (5), obtém-se um polinômio de 2º grau na variável t_i (Eq. 8).

$$\sin \theta_i = \frac{2 \cdot t_i}{1 + t_i^2} \quad (6)$$

$$\cos \theta_i = \frac{1 - t_i^2}{1 + t_i^2} \quad (7)$$

$$(e_3 - e_2)t_i^2 + 2 \cdot e_1 \cdot t_i + (e_2 + e_3) = 0 \quad (8)$$

Aplicando a equação (8) para a cadeia 1, obtém-se:

$$e_1 = -(l_{ot} \cdot l_i \cdot \sin(\gamma) + 2 \cdot h \cdot l_i) \quad (9)$$

$$e_2 = -2 \cdot d \cdot l_i - l_{ot} \cdot l_i \cdot \cos(\gamma) + l_b \cdot l_i \quad (10)$$

$$e_3 = d^2 + d \cdot l_{ot} \cdot \cos(\gamma) - d \cdot l_b + \frac{l_{ot}^2 + l_b^2}{4} + l_i^2 + h^2 - \frac{-l_{ot} \cdot l_b \cdot \cos(\gamma)}{2} - l_{ot} \cdot h \cdot \sin(\gamma) - l_s^2 \quad (11)$$

Analogamente, para a cadeia 2, obtém-se:

$$e_1 = l_{ot} \cdot l_i \cdot \sin(\gamma) - 2 \cdot h \cdot l_i \quad (12)$$

$$e_2 = -2 \cdot d \cdot l_i + l_{ot} \cdot l_i \cdot \cos(\gamma) - l_b \cdot l_i \quad (13)$$

$$e_3 = d^2 - d \cdot l_{ot} \cdot \cos(\gamma) + d \cdot l_b + \frac{l_{ot}^2 + l_b^2}{4} + l_i^2 + h^2 - \frac{-l_{ot} \cdot l_b \cdot \cos(\gamma)}{2} + l_{ot} \cdot h \cdot \sin(\gamma) - l_s^2 \quad (14)$$

A solução das Equações (6) a (8) retorna dois valores distintos para o ângulo θ_i , gerando, assim, duas configurações distintas para o mecanismo. Ambas as configurações são possíveis, mas apenas uma delas correspondente às Figuras 2 e 3.

As equações (3) e (4) também podem ser resolvidas para a cinemática direta, situação em que os ângulos θ_i são conhecidos, e pretende-se encontrar as coordenadas da plataforma móvel (h e γ). A solução para este sistema de equações não lineares pode ser obtida aplicando-se o método de Newton-Raphson. Outra maneira para se resolver sistemas de equações não lineares, e empregada neste trabalho, é pelo Método de Powell's dogleg, implementado em um algoritmo disponível pela função *fsolve* do programa Matlab. Nesse método, deve-se escolher valores iniciais para as variáveis, e assim, serão encontrados valores possíveis para o sistema de equações.

Com relação às singularidades do mecanismo, um modo para descobrir as posições de singularidades é por meio dos determinantes das matrizes jacobianas \mathbf{J}_x e \mathbf{J}_q . O sistema estará numa posição de singularidade se o determinante de \mathbf{J}_x ou de \mathbf{J}_q for nulo. Estas matrizes são obtidas derivando as equações (3) e (4) em relação ao tempo, e escrevendo-as na forma matricial:

$$\mathbf{J}_x \frac{dx}{dt} + \mathbf{J}_q \frac{dq}{dt} = 0 \quad (15)$$

Sendo \mathbf{J}_x e \mathbf{J}_q as matrizes definidas por:

$$\mathbf{J}_x = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad \mathbf{J}_q = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} \end{pmatrix} \quad (16)$$

Sendo:

$$a_{11} = 2 \cdot h + l_{ot} \cdot \sin(\gamma) - 2 \cdot l_i \cdot \sin(\theta_1)$$

$$\begin{aligned}
a_{12} &= \frac{l_{ot} \cdot l_b \cdot \sin(\gamma)}{2} + l_{ot} \cdot l_i \cdot \sin(\gamma) \cdot \cos(\Theta_1) + l_{ot} \cdot h \cdot \cos(\gamma) - l_{ot} \cdot l_i \cos(\gamma) \cdot \sin(\Theta_1) - \\
& l_{ot} \cdot d \cdot \sin(\gamma) \\
a_{13} &= 2 \cdot d + l_{ot} \cdot \cos(\gamma) - l_b - 2 \cdot l_i \cdot \cos(\Theta_1) \\
a_{21} &= 2 \cdot h - l_{ot} \cdot \sin(\gamma) - 2 \cdot l_i \cdot \sin(\Theta_2) \\
a_{22} &= \frac{l_{ot} \cdot l_b \cdot \sin(\gamma)}{2} - l_{ot} \cdot l_i \cdot \sin(\gamma) \cdot \cos(\Theta_2) - l_{ot} \cdot h \cdot \cos(\gamma) + l_{ot} \cdot l_i \cos(\gamma) \cdot \sin(\Theta_2) + \\
& l_{ot} \cdot d \cdot \sin(\gamma) \\
a_{23} &= 2 \cdot d - l_{ot} \cdot \cos(\gamma) + l_b - 2 \cdot l_i \cdot \cos(\Theta_2) \\
a_{31} &= 0 \\
a_{32} &= 0 \\
a_{33} &= 1 \\
b_{11} &= l_{ot} \cdot l_i \cos(\gamma) \cdot \sin(\Theta_1) - l_b \cdot l_i \cdot \sin(\Theta_1) - l_{ot} \cdot l_i \cdot \sin(\gamma) \cdot \cos(\Theta_1) - 2 \cdot l_i \cdot h \cdot \cos(\Theta_1) + \\
& 2 \cdot l_i \cdot d \cdot \sin(\Theta_1) \\
b_{22} &= -l_{ot} \cdot l_i \cos(\gamma) \cdot \sin(\Theta_2) + l_b \cdot l_i \cdot \sin(\Theta_2) + l_{ot} \cdot l_i \cdot \sin(\gamma) \cdot \cos(\Theta_2) - 2 \cdot l_i \cdot h \cdot \cos(\Theta_2) + \\
& 2 \cdot l_i \cdot d \cdot \sin(\Theta_2) \\
b_{33} &= -1
\end{aligned}$$

Resultados e Discussão

Como resultados deste trabalho, inicialmente foi realizada uma comparação entre os resultados obtidos pelo equacionamento das cinemáticas direta e inversa. A Tabela 1 apresenta esses resultados para uma configuração do mecanismo, onde se nota a correspondência entre os valores obtidos pelos dois equacionamentos.

Tabela 2 – Valores comparativos entre cinemática direta e inversa.

	Θ_1	Θ_2	h	γ	d	Valores iniciais	
						h	γ
Cin. Direta	-5,4079	140,11	99,992	2,0002	40,000	100,000	2,8648
Cin. Inversa	-5,4079	140,11	100,00	2,0000	40,000	-	-

Com os valores da Tabela 1, empregando o algoritmo da cinemática inversa implementado no Matlab, foi obtida uma figura para mostrar o posicionamento do mecanismo (Figura 4).

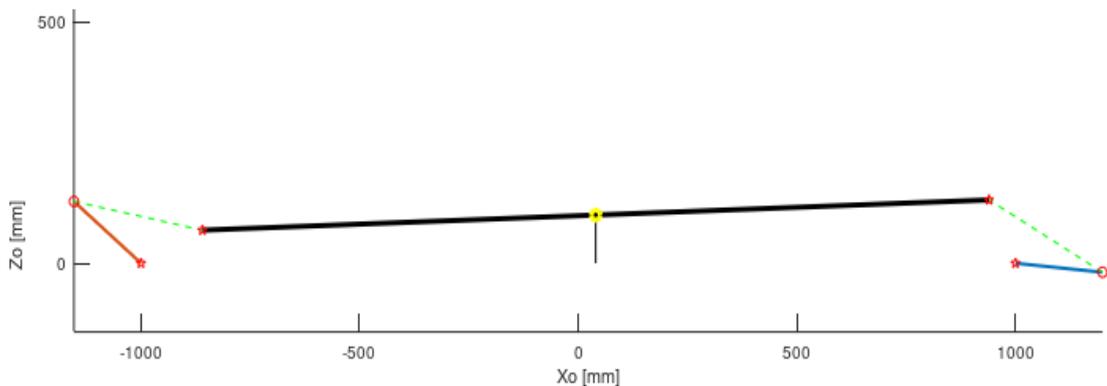


Figura 4 - Pose do mecanismo para os valores da Tabela 1.

Nas posições singulares identificadas com setas vermelhas nas Figuras de 5 a 10, nota-se o alinhamento entre os pares de haste inferior e superior. Pode-se notar que nas Figuras 5, 7 e 8 as hastes estão alinhadas, confirmando que esta posição realmente se trata de uma singularidade a ser evitada. Nas Figuras 6, 9 e 10, é exibido outro modo dessas componentes se alinharem, onde nota-se que, além de alinhadas, as barras estão sobrepostas.

Espaço de trabalho

O espaço de trabalho é limitado pela geometria do mecanismo e pelas posições de singularidade, impossibilitando o posicionamento da plataforma móvel em qualquer região.

Pela hipótese de corpo rígido, todos os componentes do mecanismo devem manter suas dimensões pré-estabelecidas durante o movimento. O espaço de trabalho obtido nesse estudo foi descrito em função da inclinação da plataforma móvel e das coordenadas de seu baricentro

Para visualizar o espaço de trabalho, as Figuras de 11 a 13 mostram, para diferentes ângulos de orientação da maca, as regiões alcançáveis pelo baricentro da mesma.

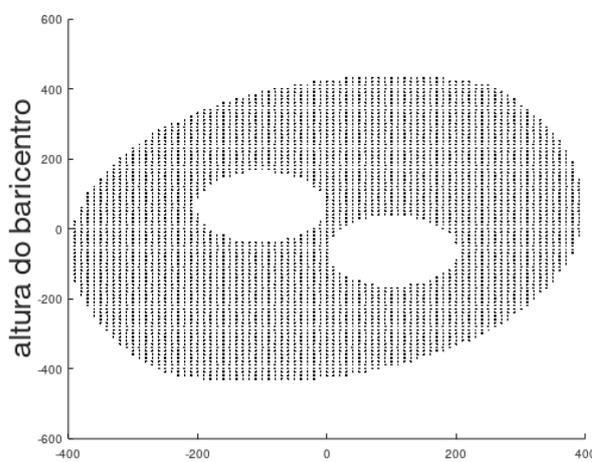


Figura 11 - Espaço de trabalho para $\gamma = 4^\circ$

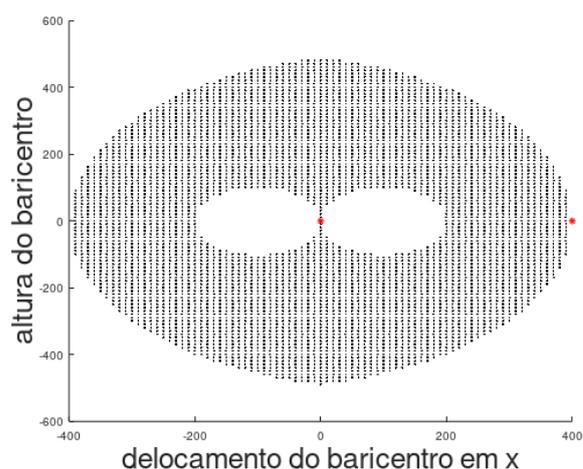


Figura 12- Espaço de trabalho para $\gamma = 0^\circ$



Figura 13 - Espaço de trabalho para $\gamma = -4^\circ$

As duas áreas dentro do espaço de trabalho onde não há pontos no gráfico representam regiões não atingíveis pelo baricentro da maca. Os dois pontos na cor vermelha na Figura 12 são posições singulares do mecanismo.

Conclusões

Este trabalho apresentou a análise cinemática de um mecanismo de arquitetura paralela para ser empregado como atenuador de vibrações de uma maca de ambulância. Por meio desta análise, foram obtidos tanto o espaço de trabalho quanto as configurações singulares do mecanismo.

Para aumentar a confiabilidade dos resultados, foram empregados dois caminhos para se obter as configurações do mecanismo, as cinemáticas direta e inversa. Além disso, implementando os algoritmos da cinemática no programa Matlab, foram obtidas imagens das posições singulares do mecanismo, bem como as regiões correspondentes ao espaço de trabalho.

Os resultados obtidos são úteis para avaliar, em trabalhos futuros, se o espaço de trabalho atingível pelo mecanismo é adequado para a sua aplicação como atenuador de vibrações em macas de ambulância. Além disso, as posições singulares encontradas não deverão estar presentes no interior de espaço de trabalho desejado.

Pela continuidade da avaliação desse mecanismo de arquitetura paralela como atenuador de vibrações, trabalhos futuros poderão desenvolver a análise dinâmica desse mecanismo.

Referências Bibliográficas

- Aboulissane, B.; El Haiek, D.; El Bakkali, L. (2018). 3-UPU robotic mechanism performance evaluation through kinematic indexes, *Procedia Manufacturing*, **22**, 468-475.
- Aboulissane, B.; El Bakkali, L.; El Bahaoui, J. (2020). Workspace analysis and optimization of the parallel robots based on computer-aided design approach, *Mechanical Engineers*, **18**, 79-89.
- Bharadwaj, C.; Vijay, D.; Dhanush, R.; Chandrashekhara, C. V. (2020). Modelling and analysis of a modified Dodecapod parallel manipulator. In: *Vibroengineering PROCEDIA*, **30**, 221-226.
- El Haiek, D.; Aboulissane, B.; El Bakkali, L.; El Bahaoui, J. (2019). Optimal Trajectory Planning for Spherical Robot Using Evolutionary Algorithms, *Procedia Manufacturing*, **32**, 960-968.
- Wang, Y.; Belzile, B.; Angeles, J.; Li, Q. (2019). Kinematic analysis and optimum design of a novel 2PUR-2RPU parallel robot, *Mechanism and Machine Theory*, **139**, 407-423.
- Yan, G.; Zou, H. X.; Wang, S.; Zhao, L. C.; Gao, Q. H.; Tan, T.; Zhang, W. M. (2020). Large stroke quasi-zero stiffness vibration isolator using three-link mechanism, *Journal of Sound and Vibration*, **478**, 115344.
- Zlatanov, D.; Bonev, I.A.; Gosselin, C.M. (2002). Constraint Singularities as C-Space Singularities, In: 8th International Symposium on Advances in Robot Kinematics - ARK 2002.