

# O CURSO DE CÁLCULO DIFERENCIAL INTEGRAL EM INSTITUIÇÕES INTERNACIONAIS

André Bottosso Justi <sup>1</sup>; Eloiza Gomes <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Aluno de Iniciação Científica da Escola de Engenharia Mauá (EEM/CEUN-IMT);

<sup>2</sup> Professora da Escola de Engenharia Mauá (EEM/CEUN-IMT).

**Resumo.** *As Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) do Curso de Graduação em Engenharia apontam que este curso não pode mais ser visto como apenas um conjunto de conhecimentos, isto é, algo que os alunos possam adquirir por meio de técnicas ou de mera atividade de cursar e ser aprovado nas disciplinas que completem o conteúdo desejado. Nesse sentido algumas questões merecem atenção, tal como: como devem ser ministradas as disciplinas da área de Matemática nesse novo contexto? Esta questão aponta para outra inquietação: como as instituições internacionais, consideradas referência no ensino de Engenharia, abordam a Matemática em seus cursos? Responder tal questão é objetivo geral desta pesquisa de Iniciação Científica. Tal pesquisa, que utiliza a análise documental, inspirou-se no trabalho da professora Dra. Ruth Graham, publicado em 2018, intitulado “The global state of the art in engineering education”. Da lista de Instituições apresentada pela autora, foram selecionadas: Instituto de Tecnologia de Massachusetts, Universidade Nacional de Singapura, Pontifícia Universidade Católica do Chile, além dessas, selecionou-se também a Pontifícia Universidade Católica de Valparaíso, que não consta na lista, mas devido à possibilidade de um contato próximo, decidiu-se incluí-la, e focou-se nas disciplinas que abordam os conteúdos referentes ao Cálculo Diferencial e Integral I, desenvolvidas na primeira série. Discute-se, inicialmente, o processo seletivo das instituições e, a seguir, os conteúdos das disciplinas, analisando as ementas fornecidas e as bibliografias básicas utilizadas. Percebeu-se, por meio da análise da bibliografia básica utilizada nessas instituições, que o ensino dos conteúdos referentes à disciplina Cálculo Diferencial e Integral ainda é tratado de maneira tradicional.*

## Introdução

Atualmente, o olhar de quem trabalha com Educação em Engenharia está voltado para as novas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) do Curso de Graduação em Engenharia. O parecer do Conselho Nacional de Educação/Câmara de Educação Superior - CNE/CES nº:1/2019, entre vários aspectos, aponta que este curso não pode mais ser visto como apenas um conjunto de conhecimentos, isto é, algo que os alunos possam adquirir por meio de técnicas ou de mera atividade de cursar e ser aprovado nas disciplinas que completem o conteúdo desejado.

A Engenharia deve ser vista como um processo. Um processo que envolve pessoas, suas necessidades, expectativas, comportamentos e que requer empatia, interesse pelo usuário, além de técnicas que permitam transformar esta observação em formulação do problema a ser resolvido, com a aplicação da tecnologia. A busca de soluções técnicas, como parte do processo, se utiliza do conhecimento técnico de matemática, ciências, ciências da engenharia, para que se alcance um resultado que seja tecnicamente viável e desejável pelo usuário final. (PARECER CNE/CES Nº: 1/2019, 2019, p. 29).

Tal proposta destaca três elementos fundamentais que devem ser considerados na organização desses cursos: i) ênfase em um conjunto de experiências de aprendizado; ii) processo participativo do estudante sob orientação e participação do professor; e iii) programa de estudos coerentemente integrado. Em síntese buscam um currículo a partir de competências a serem desenvolvidas e não de núcleos de conteúdo, como pontuam, “os conteúdos são implementados dentro de contextos de desenvolvimento de competências e contextualizados

em ambientes de Engenharia, e não apenas como um fim em si mesmos” (PARECER CNE/CES Nº: 1/2019, 2019, p. 3).

Neste foco, algumas questões merecem atenção: como devem ser ministradas as disciplinas da área de Matemática nesse novo contexto? Esta questão nos aponta para outra inquietação: como as instituições, consideradas referências no ensino de Engenharia, abordam a Matemática em seus cursos?

Graham (2018), em sua pesquisa intitulada “*The global state of the art in engineering education*”, faz um estudo com o objetivo de levantar as principais inovações na área do ensino de Engenharia, estudo esse que se baseou principalmente em evidências adquiridas por meio de entrevistas, além disso, o trabalho apresenta uma classificação das instituições em “líderes atuais” e “líderes emergentes” em educação em Engenharia. A mesma autora destaca que, nessas instituições, o ensino é centrado no aluno, o empreendedorismo é valorizado, a utilização de metodologias ativas baseadas em projetos é priorizada, bem como o rigor dos fundamentos da Engenharia. A autora cita que no currículo de Engenharia da *University College London* (UCL), uma das instituições que fez parte de sua pesquisa, nos dois primeiros anos, divididos em ciclos de cinco semanas, os alunos adquirem uma gama de conhecimentos e habilidades necessária para a futura profissão.

Diante desse estudo, aflorou-se uma inquietação no que diz respeito a como tais instituições estão tratando do ensino e aprendizagem da Matemática. Esse foi o foco deste projeto de Iniciação Científica, iniciado em 2019, desenvolvido no Instituto Mauá de Tecnologia, que, por meio de uma análise documental, procurou-se identificar quais conteúdos da área de Matemática são explorados nessas instituições referências no ensino de Engenharia e em que momento são apresentados. Buscou também, explicitar quais disciplinas da área de Matemática estão presentes em cada habilitação nas devidas instituições e verificar se elas são diferentes para cada habilitação na Engenharia.

Inicialmente, pretendia-se que o estudo abrangesse diversas disciplinas, como Cálculo Diferencial e Integral I e II, Álgebra Linear e Equação Diferencial, contudo, percebemos a amplitude do trabalho, e em decorrência do tempo disponível para essa iniciação, um ano, optou-se por diminuir as disciplinas abrangidas, focando apenas em Cálculo Diferencial e Integral I.

Neste artigo serão apresentados os resultados obtidos. Para tanto, selecionou-se as seguintes instituições: *Massachusetts Institute of Technology* (MIT), *National University of Singapore* (NUS), *Pontificia Universidad Católica de Chile* (UC) e *Pontificia Universidad Católica de Valparaíso* (PUCV), focando-se nas disciplinas que abordam os conteúdos referentes ao Cálculo Diferencial e Integral I, desenvolvidos no primeiro ano. Serão listadas tais disciplinas e apontados os assuntos tratados.

## **Material e Métodos**

Para que fosse possível atingir os objetivos desejados nesse projeto de iniciação, recorreu-se ao método da análise documental que consiste em “identificar informações factuais nos documentos a partir de questões e hipóteses de interesse” (Caulley apud Sá-Silva, Almeida e Guindani, 2009, p.3) e, com isso, segundo Cellard (2008), permite a observação do processo de maturação ou de evolução de indivíduos, grupos, conceitos, conhecimentos, comportamentos, mentalidades, práticas, entre outros. Também foi feito uso da pesquisa documental que se embasa na obtenção de dados “estritamente provenientes de documentos, com o objetivo de extrair informações neles contidas, a fim de compreender um fenômeno” (Kripka, Scheller, Bonotto, 2015, p.58). Os documentos não podem ter sofrido nenhum tipo de interpretação ou análise, e deve ser levado em consideração todo o contexto histórico no qual o documento foi escrito.

Assim que ficou decidido que esta pesquisa teria como base o trabalho “*The Global state of the art in engineering education*”, da autora Dra. Ruth Graham, 2018, foram

selecionadas algumas universidades listadas por ela para servirem de premissa para o estudo: o MIT, por ser uma instituição muito antiga, que permanece sempre entre as melhores e, segundo Graham, possui uma visão contínua e progressista para o desenvolvimento de seu ensino; a NUS, uma instituição presente em ambas as listas, “atuais” e “emergentes”, pois o ensino superior vem recebendo considerável suporte e investimento governamental; a UC, única instituição sul-americana presente entre as vinte mais citadas como líderes e que, segundo Graham, apresenta programas de estudo que são produtos de uma reforma sistêmica e ambiciosa, além das instituições presentes no trabalho da Dra. Ruth Graham, escolheu-se também a PUCV, pois o governo chileno vem promovendo grande investimento no ensino superior e durante as pesquisas surgiu a oportunidade de um contato próximo com essa universidade.

Tendo selecionado as instituições, optou-se por investigar como os alunos ingressam nessas universidades, analisando os conteúdos presentes nos exames, visto que essa informação nos dá indícios do nível de conhecimento matemático os alunos ingressam e, com isso, favorece o entendimento dos cursos de Cálculo Diferencial e Integral I, uma vez que esse é cursado no primeiro ano, dessa forma, sofre influência direta dos assuntos obtidos anteriormente ao ingresso, em sua vida escolar.

Diante da compreensão de como é feito o ingresso e conhecendo o nível de matemática dos alunos, iniciaram-se as pesquisas a respeito das Universidades a fim de se obter um levantamento geral das Instituições, elaborando planilhas, pontuando para cada uma delas as graduações em Engenharia oferecidas, as disciplinas da área de Matemática presentes nas grades curriculares das graduações e as descrições dos assuntos abordados em cada uma das disciplinas, assim como as bibliografias básicas utilizadas. Tendo esse levantamento em mãos, optou-se por focar nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral I, por ser uma disciplina presente em todos os cursos das instituições analisadas, e também nas brasileiras, como o IMT, logo, seria possível criar um paralelo com a forma como essa é ministrada. Todas as informações obtidas são informações fornecidas pelas próprias instituições por meio de seus respectivos sites, foi utilizado o mesmo método de pesquisa para todas as instituições e a análise dos cursos de Cálculo Diferencial e Integral I foi feita por meio das ementas fornecidas e da bibliografia usada.

## **Resultados e Discussão**

Inicialmente, é dada uma breve apresentação das instituições escolhidas para o estudo, além do detalhamento dos passos necessários para ingressar, tendo como enfoque os testes realizados para avaliar os conhecimentos básicos dos candidatos na área de Matemática, a fim de que isso permitisse um maior entendimento a respeito do nível de conhecimento com o qual os alunos iniciam os cursos de engenharia nessas universidades.

### Instituto de Tecnologia de Massachusetts (MIT)

O Instituto de Tecnologia de Massachusetts (*Massachusetts Institute of Technology* - MIT) foi fundado em 1861 na cidade de Boston, Massachusetts, EUA, sendo transferido posteriormente, em 1916, para Cambridge, onde permanece atualmente. Tem como lema: "*Mens et manus*" (Mente e mão) significando a fusão do conhecimento acadêmico com a finalidade prática. No processo seletivo o candidato deverá completar diversos procedimentos que consistem em pagar uma taxa de inscrição, enviar informações dos pais e área de estudo pretendida, deve-se preencher um formulário com questões que permitam a Instituição traçar um perfil do candidato, no sentido amplo, desde suas preferências pessoais até as acadêmicas, o envio de duas cartas de recomendação de professores do Ensino Médio, a realização de testes padronizados: *Scholastic Aptitude Test* (SAT), *American College Testing* (ACT), *Test of English as a Foreign Language* (TOEFL) e, por fim, o envio do histórico acadêmico.

No que se refere à Matemática, o candidato deverá realizar pelo menos um dos SAT, nível 1 ou 2, que contemplam os conteúdos apresentados no Quadro 1.

Quadro 1 - Conteúdos contemplados no SAT de Matemática<sup>1</sup>

Tópicos	Nível 1	Nível 2
Número e Operações	Operações, razão e proporção, números complexos, contagem, teoria elementar dos números, matrizes e sequências.	Operações, razão e proporção, números complexos, contagem, teoria dos números elementares, matrizes, sequências, séries e vetores.
Álgebra e Funções	Expressões, equações, desigualdades, representação e modelagem e propriedades de funções (linear, polinomial, racional e exponencial).	Expressões, equações, desigualdades, representação e modelagem e propriedades de funções (linear, polinomial, racional, exponencial, logarítmica, trigonométrica, inversa, trigonométrica, periódica, por partes, recursiva e paramétrica).
Geometria e Medição	- Plano euclidiano: coordenadas, retas, parábolas, circunferências, simetria e transformações. - Espaço tridimensional: sólidos, área de superfície e volume (cilindros, cones, pirâmides, esferas, prismas). - Trigonometria: triângulos retângulos e identidades.	- Plano euclidiano: coordenadas, retas, parábolas, circunferências, elipses, hipérbolas, simetria, transformações, coordenadas polares; - Espaço tridimensional: sólidos, área de superfície e volume (cilindros, cones, pirâmides, esferas, prismas), coordenadas em três dimensões; - Trigonometria: triângulos retângulos, identidades, medida angular, lei de cossenos, lei de senos, equações e fórmulas de ângulo duplo.
Análise de dados, Estatísticas e Probabilidade	Média, mediana, moda, amplitude, intervalo interquartil, gráficos e construção, regressão por mínimos quadrados (linear) e probabilidade.	Média, mediana, moda, amplitude, intervalo interquartil, desvio padrão, gráficos e construção, regressão por mínimos quadrados (linear, quadrático, exponencial) e probabilidade.

Fonte: Adaptado pelos autores

A seguir, no Quadro 2, foram transcritos três exemplos de questões retiradas da prova de Matemática de 2017-18, a primeira foi proposta no nível 1 e as demais no nível 2 do SAT.

Quadro 2 - Questões presentes no teste SAT de Matemática

1. Se $f(x) = x + 3$ e $g(x) = \frac{(x^2-9)}{(x-3)}$ , quais das seguintes afirmações são verdadeiras, a respeito da representação gráfica das funções $f$ e $g$ no plano $xy$ ? a. As representações gráficas são exatamente as mesmas. b. As representações gráficas são as mesmas, exceto quando $x = 3$ . c. Os gráficos possuem um número infinito de ponto em comum.
2. Qual é a distância entre os pontos de coordenadas $(-3, 6, 7)$ e $(2, -1, 4)$ ?
3. Se $f(x) = \frac{(3x+12)}{(2x-12)}$ , de qual valor $f(x)$ se aproxima quando $x$ se torna infinitamente grande?

Fonte: <https://collegereadiness.collegeboard.org/>

Observando os exemplos citados, nota-se que em ambos os níveis o estudo funções de uma variável real é bastante explorado, focando a continuidade de funções e a noção de limite no infinito. Na questão dois percebe-se que vetores já é abordada no  $R^3$ .

### Universidade Nacional de Singapura (NUS)

A Universidade Nacional de Singapura (*National University of Singapore* - NUS) localizada em Kent Ridge, começou como uma pequena escola de Medicina em 1905 e, atualmente, conta com cursos de mestrado, doutorado e graduação em diversas áreas, sendo a

<sup>1</sup> Dados retirados do site: [collegereadiness.collegeboard.org](https://collegereadiness.collegeboard.org)

Engenharia uma delas. Consagrou-se como a 26<sup>a</sup> melhor instituição de ensino superior do mundo, segundo a classificação britânica *Times Higher Education* (THE), sendo a primeira quando se considera apenas as universidades de Singapura. O processo de seleção na NUS é centrado no mérito acadêmico do candidato e em entrevistas. Assim como no MIT, dependendo da modalidade de Engenharia que é pretendida, deve-se realizar um teste, denotado por H2, contemplando diversos conteúdos. Por exemplo, para a Engenharia Civil são exigidos Matemática, Física e Química. Na Engenharia da Computação, além das citadas anteriormente, os conteúdos básicos de Computação são requeridos.

No que se refere aos assuntos de Matemática, além de estarem presentes em todos os testes para a Engenharia, os candidatos podem optar entre dois níveis que abordam os temas apontados no Quadro 3.

Quadro 3 – Conteúdos contemplados nos testes de Matemática<sup>2</sup>

Matemática - H2	Mais matemática - H2
Funções; Cálculo; Vetores; Desigualdades; Sistemas de equações lineares; Números Complexos; Equações Diferenciais; Sequências e Séries; Probabilidade; Distribuição de amostragem; Distribuição normal; Hipóteses; Correlação e regressão.	Funções; Cálculo; Vetores; Desigualdade; Sistemas de equações lineares; Números Complexos; Equações Diferenciais; Matrizes e Espaços Lineares; Sequências e Séries; Probabilidade; Distribuição de amostragem; Distribuição normal; Hipóteses; Correlação e regressão; Intervalos confidenciais; Seções cônicas; e teste qui-quadrado.

Fonte: Os autores

A NUS não disponibiliza gratuitamente testes antigos, mas considerando observações apontadas no site governamental de Singapura<sup>3</sup>, responsável por desenvolver e realizar exames nacionais, permitimo-nos conjecturar que os seus exames, no que se refere à Matemática, são mais amplos e avançados em relação ao MIT. O site governamental revela, no documento de orientação para os estudantes, que algumas questões do exame de Matemática podem integrar ideias de outras áreas por meio de problemas contextualizados. Por exemplo, os conteúdos de Cálculo e Vetores poderão estar vinculados ao estudo da Cinemática e Dinâmica (queda livre, movimento de projéteis, movimento orbital e colisões), as Equações Diferenciais relacionam-se ao crescimento populacional, decaimento radioativo, problemas de aquecimento e resfriamento, como explicitado no Quadro 4.

Quadro 4 – Conteúdos presentes nos exames de matemática do NUS e suas possíveis contextualizações

Aplicações e contextos	Alguns possíveis tópicos envolvidos
Problemas de otimização (maximização de lucros, minimização de custos).	Desigualdades; Sistema de equações lineares; Cálculo.
Crescimento populacional, decaimento radioativo.	Funções exponenciais e logarítmicas.
Matemática financeira (análise de lucros e custos, oferta e demanda, seguros).	Equações e desigualdades; Probabilidade; Distribuição de amostras; Correlação e regressão.
Jogos de azar, eleições.	Probabilidade.
Teste padronizado.	Distribuição normal; Probabilidade.
Pesquisa de mercado (preferência dos consumidores, reclamações dos produtos).	Distribuição de amostras; Teste de hipóteses; Correlação e regressão.
Pesquisa clínica (ex. estudos de correlação).	Distribuição de amostras; Teste de hipóteses; Correlação e regressão.

Fonte: <https://www.seab.gov.sg>

### Pontifícia Universidade Católica do Chile (UC)

A Pontifícia Universidade Católica do Chile (*Pontificia Universidad Católica de Chile* - UC) foi fundada em 1888, em Santiago, Chile, por Dom Mariano Casanova, Arcebispo de Santiago e, segundo o site da instituição, “seu objetivo era criar uma instituição capaz de

<sup>2</sup> Dados retirados do site: [www.seab.gov.sg](http://www.seab.gov.sg)

<sup>3</sup> Dados retirados do site: <https://www.seab.gov.sg>

combinar excelência acadêmica e treinamento com base na doutrina cristã”. O ingresso na Universidade é possível por meio de diferentes formas, sendo a principal delas, a Admissão Ordinária, realizada por meio da prova de seleção de universitária (PSU). O processo de admissão é realizado em nível nacional, e cada universidade reporta os requisitos de admissão: pontuações ponderadas, média mínima da PSU a ser solicitada e testes especiais (medir aptidões, habilidades e habilidades de uma área) exigidos por algumas carreiras.

A seguir, no Quadro 5, foram transcritos três exemplos de questões retiradas da resolução do modelo de prova Matemática de 2019 do PSU.

Quadro 5 - Questões presentes no teste PSU de Matemática

1. Qual é a área, em unidades de área, de um triângulo isósceles de vértices A (4, -2, 0), B (0, -4, 2) e C (0, 0, 0)?
2. Se o eixo y é o eixo de simetria de uma parábola associada a uma função quadrática cujo domínio é o conjunto dos números reais, qual(is) das seguintes afirmações é (são) sempre verdadeira(s)? a. O vértice da parábola pertence ao eixo y. b. A reta que passa por um ponto da parábola e por seu vértice, tem inclinação positiva. c. Uma reta paralela ao eixo de simetria da parábola, a intercepta em apenas um ponto.
3. Seja a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ , com $a \neq 0$ e com domínio o conjunto dos números reais. Se o gráfico de f não intercepta o eixo x, qual das seguintes afirmações é sempre verdadeira? A) $a > 0$ ;    B) $c > 0$ ;    C) $b > 0$ ;    D) $b^2 - 4ac < 0$ ; E) A reta de equação $y = c$ é tangente ao gráfico de f.

Fonte: <https://psu.demre.cl>

Observando-se os exemplos citados, é possível notar que o teste PSU não aborda temas muito avançados e nem de forma muito profunda, sendo muito semelhante aos temas abordados pela maioria dos vestibulares aqui no Brasil.

#### Pontifícia Universidade Católica de Valparaíso (PUCV)

A Pontifícia Universidade Católica de Valparaíso (*Pontificia Universidad Católica de Valparaíso* - PUCV) foi fundada em 1928, em Valparaíso, Chile, graças a Isabel Caces de Brown, casada com o Sr. José Regis Cortés e responsável por numerosas obras beneficentes que ajudaram a criação desta Instituição. Segundo o site, a PUCV tem como missão “o cultivo, à luz da fé, de ciências, artes e técnicas pela criação e comunicação de conhecimentos e formação de graduados e profissionais com vocação para servir a sociedade”. O ingresso na instituição é realizado por meio de testes nacionais de seleção de universidades (PSU), o mesmo descrito na UC.

#### Disciplinas que abordam os conceitos de Cálculo Diferencial e Integral na Primeira Série do MIT, NUS, UC E PUCV

Dentre as instituições em foco, duas oferecem um primeiro ano comum a todas as habilitações, o MIT e a NUS. No MIT os estudantes têm que cursar disciplinas dentro de cada uma das áreas: Biologia, Matemática, Física e Química. No que se refere à Matemática, são oferecidas disciplinas na área de Cálculo Diferencial e Integral e o estudante deve cursar uma de Cálculo I e uma de Cálculo II. O Quadro 6 apresenta as ementas e a bibliografia básica das disciplinas de Cálculo I.

Quadro 6 – Ementas das disciplinas oferecidas ao ingressante dos cursos de Engenharia do MIT<sup>4</sup>

Matéria	Descrição	Bibliografia <sup>5</sup>
Cálculo I	Cálculo Diferencial e Integral de funções de uma variável, com algumas aplicações básicas.	- Simmons, G. F. (1995) Calculus with Analytic Geometry. 2 <sup>nd</sup> edition. Nova York, NY.

<sup>4</sup> Dados retirados do site: <https://ocw.mit.edu/index.htm>

<sup>5</sup> As referências bibliográficas apresentadas nos Quadros 6, 7, 8 e 9 não serão apresentadas novamente no item Referências Bibliográficas.

Cálculo I com teoria	Os mesmos assuntos que Cálculo I, mas em um nível mais profundo e rigoroso, enfatizando o raciocínio lógico e as demonstrações.	- Apostol, T. M. (1967) <i>Calculus: One-Variable Calculus, with An Introduction to Linear Algebra</i> . 2 <sup>nd</sup> edition. Waltham, Mass: Blaisdell.
----------------------	---	---

Fonte: Os autores

Nota-se a separação do curso de Cálculo em dois. Quando observada a bibliografia básica, infere-se que o curso com 'teoria' tem uma vertente mais tradicional e é focado nas demonstrações. O livro “*Calculus*”, de Apostol, que é utilizado na parte teórica, inicia-se abordando os conceitos de integral e suas aplicações, como coordenadas polares, seguido de funções contínuas, cálculo diferencial, relação entre integral e diferenciação, onde é apresentado a notação de Leibniz, dentre outros assuntos, ficando claro a preocupação com as definições dos conceitos. Já o livro “*Calculus with Analytic Geometry*”, de Simmons, não mostra ter grande enfoque na teoria, nesse livro, são abordadas inicialmente derivadas, aplicações de derivadas, a seguir, são abordadas integrais indefinidas e equações diferenciais, integrais definidas e métodos de integração, dentre outros assuntos.

Na NUS, no primeiro ano, caso o estudante ainda esteja indeciso sobre qual habilitação de Engenharia melhor se adapta aos seus interesses e habilidades, ele poderá cursar o que é denominado de Engenharia Comum, em que são oferecidas disciplinas que fornecem uma ampla educação em fundamentos de Engenharia, permitindo que se faça uma escolha mais adequada. Quanto às disciplinas da área de Matemática, os estudantes podem antecipar as obrigatórias para cada habilitação. No Quadro 7 explicita-se as ementas e a bibliografia básica daquelas relacionadas ao Cálculo Diferencial e Integral.

Quadro 7 - Ementas das disciplinas oferecidas ao ingressante dos cursos de Engenharia da NUS<sup>6</sup>

Matéria	Descrição	Bibliografia
Cálculo para Engenharia	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Introduce os conceitos básicos em uma variável e cálculo de várias variáveis com aplicações em Engenharia.</li> <li>• Principais tópicos: cálculo de uma variável, série de energia, diferenciação parcial, integrais múltiplas e cálculo vetorial.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mendelson, E. (2009) <i>Schaum's Outlines of Beginning Calculus</i>. 3th edition.</li> <li>- Thomas, G. B.; Weir, M. D.; Hass, J. (2015) <i>Thomas' Calculus</i>. 12th edition.</li> </ul>
Matemática I	<ul style="list-style-type: none"> <li>• É um curso introdutório em cálculo avançado.</li> <li>• Após uma breve revisão de cálculo elementar, será estudado em alguns detalhes as técnicas computacionais básicas em séries de Fourier, cálculo de múltiplas variáveis e cálculo vetorial.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mendelson, E. (2009) <i>Schaum's Outlines of Beginning Calculus</i>. 3th edition.</li> <li>- Thomas, G. B.; Weir, M. D.; Hass, J. (2015) <i>Thomas' Calculus</i>. 12th edition.</li> </ul>

Fonte: Os autores

Observando o Quadro 7, nota-se uma diferença quando comparamos com as disciplinas oferecidas no MIT. Na NUS, observa-se uma preocupação com a aplicação dos conceitos na Engenharia e também com o enfoque computacional. Através da análise da bibliografia usada, pode-se notar que a vertente mais tradicional do Cálculo é dada usando o livro *Beginning Calculus*, de Mendelson, que inicia com limites, continuidade, derivadas, diferenciação implícita e por fim, integrais e suas aplicações, enquanto que para a parte mais aprofundada é usado o livro *Calculus*, de Thomas, que se inicia com limites e continuidade, segue para derivadas e aplicações, onde aborda temas como regra da cadeia, diferenciação implícita, teorema do valor médio e método de Newton, e, por fim, integrais, incluindo aplicações e técnicas de aplicação, onde é abordado, dentre outros assuntos, volumes método das cascas cilíndricas, regra de L'Hospital, momentos, centros de massa e integral trigonométrica.

Já na UC e PUCV, não há um primeiro ano comum a todas as engenharias, pois desde o primeiro ano todos os cursos já possuem ao menos uma disciplina específica, contudo, as

<sup>6</sup> Dados retirados do site: <https://ivle.nus.edu.sg/>

matérias básicas são iguais para todas as Engenharias, dentre elas, as disciplinas de Matemática. Na UC, durante o primeiro ano, são oferecidas as disciplinas de Cálculo I e Cálculo II, cujas ementas e bibliografias presentes no Quadro 8.

Quadro 8 – Ementas das disciplinas oferecidas ao ingressante dos cursos de Engenharia da UC<sup>7</sup>

Matéria	Descrição	Bibliografia
Cálculo I	O curso visa entregar os conceitos básicos de limites e continuidade de funções, da derivada de uma função e sua interpretação geométrica, juntamente com os mecanismos e técnicas de derivação, as aplicações mais relevantes da derivada para vários problemas matemáticos e física, obtendo pontos críticos de uma função, a definição do Integral, o cálculo de integrais através de primitivas e técnicas de integração.	- Stewart, J. (1999) Cálculo. 4th edição. Ed. Thomson.
Cálculo II	O curso fornece os conceitos fundamentais das aplicações da integral para vários problemas de engenharia, análise e cálculo de séries e sequências, geometria vetorial e análise de curva plana e no espaço.	- Stewart, J. (1999) Cálculo. 4th edição. Ed. Thomson.

Fonte: Os autores

A partir da análise do Quadro 8, pode-se notar que as disciplinas referentes a Cálculo de uma única variável abordam os temas partindo do elementar, de forma tradicional. O livro se inicia apresentando os conceitos de limites e derivadas, assim como continuidade e regras de derivação, a seguir, são abordadas integrais e suas aplicações, dentre elas, regra de substituição, área entre curvas, volume por cascas cilíndricas, integração por partes e substituição trigonométrica. Assim como é feito em algumas instituições brasileiras, inclusive, a mesma bibliografia é utilizada na disciplina de cálculo do IMT<sup>8</sup>.

A seguir, é feita a análise da PUCV, onde, por meio da análise das matrizes curriculares, percebe-se que há uma modulação dos cursos específica para cada área. Apesar de todas as Engenharias possuírem as mesmas disciplinas básicas, a diferença nos códigos usados mostra que há diferenças entre cada uma delas, mesmo que sutis. No Quadro 9 são listadas as ementas e as bibliografias usadas nas disciplinas referente a Cálculo I.

Quadro 9 – Ementas das disciplinas oferecidas ao ingressante dos cursos de Engenharia da PUCV<sup>9</sup>

Matéria	Descrição	Bibliografia
Cálculo 1	Visa fornecer aos alunos o conhecimento básico de álgebra superior e de cálculo diferencial com uma variável, com forte ênfase na conceitualização e as aplicações para a modelagem e uso permanente de recursos computacionais para a operação e representação gráfica. Espera-se que o aluno seja capaz de relacionar os conceitos com outras áreas do conhecimento.	- Figueroa, G.; Fierro; Raúl. (2006) Álgebra. 3rd edition. IMA, PUCV. - Mena, A. (2005) Elementos de Matemáticas. 3 <sup>ed</sup> . IMA, PUCV. - Mena, A. (2005) Elementos de Matemáticas 2. 3 <sup>ed</sup> . IMA, PUCV. - Stewart, J. (2007) Cálculo Diferencial e Integral. 2 <sup>nd</sup> edition. Ed. Thomson.
Cálculo 2	De caráter teórico e faz parte do eixo de Formação Disciplinar. Fornece a linguagem abstrata e os fundamentos da álgebra linear para entender os modelos lineares provenientes das ciências básicas e das ciências da engenharia. Desenvolve competências transversais exigidas pelo Colégio de Engenheiros do Chile.	- Martinez, C. (2008) Integración y Series. 3rd edition. IMA - PUCV. - Edwards, C.; Penney, D. (2008) Cálculo con Trascendentes Tempranas. 7th edition. Ed. Pearson. Prentice Hall. - Stewart, J. (2006) Cálculo. Conceptos y Contextos. 3 <sup>rd</sup> edition. Ed. Thomson. Ed. Thomson Learning.

Fonte: Os autores

<sup>7</sup> Dados retirados do site: <http://catalogo.uc.cl>

<sup>8</sup> Embora o foco da pesquisa não tenha sido as instituições brasileiras, foram feitas alguns levantamentos preliminares

<sup>9</sup> Dados retirados do site: <http://www.pucv.cl>



Por fim, ao se analisar a bibliografia usada, percebe-se que o Cálculo Diferencial e Integral I é abordado também de forma tradicional, começa com os conteúdos bem elementares, demonstrando não ser muito diferente da forma como é oferecida em algumas instituições brasileiras, exceto pelo fato de possuírem diversos cursos de Cálculo 1 e 2, dependendo da habilitação de Engenharia a ser cursada. Nesta instituição, em paralelo ao curso de Cálculo 1, que é ministrado no primeiro semestre, existe uma disciplina que aborda conceitos básicos de Matemática, Fundamentos de Matemática, com uma carga horária maior que a de Cálculo 1, que tem como objetivo preparar o estudante para esta disciplina, mesmo que simultaneamente.

## Conclusões

Diante dessa análise documental, percebe-se que os ingressantes nas universidades do MIT e da NUS têm conhecimento de alguns conteúdos básicos de Cálculo Diferencial e Integral I, fato observado pelas questões presentes no processo seletivo. Na NUS explora-se também a contextualização de tais assuntos. Mesmo assim, nota-se que os cursos referentes ao Cálculo I no MIT iniciam com toda a parte de funções de uma variável e com aplicações básicas, muito semelhante ao que é feito em várias universidades brasileiras. Quanto à NUS, a parte inicial do Cálculo I é apresentada de forma mais rápida, aparentemente, a título de revisão. Já com relação às instituições latinas estudadas, ambas se assemelham mais ao Brasil, os alunos ingressam sem conhecimento dos conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral I, visto isso, o curso de Cálculo I se inicia com toda a parte básica de funções de uma variável, com aplicações básicas, abordando limites, derivadas e integrais, assim como é feito em inúmeras universidades brasileiras.

Não foi observado nenhuma alteração significativa nos Cursos de Cálculo Diferencial e Integral I, porém, a análise mais detalhada de como a Matemática está sendo abordada em instituições internacionais de referência no ensino de Engenharia, que foi o objetivo desse projeto de iniciação científica, poderá fornecer, apesar das diferenças culturais e estrutural do ensino básico brasileiro, subsídios para uma reformulação do ensino de tal área, que atenda as especificações das Diretrizes Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia.

## Referências Bibliográficas

- Cechinel, A.; Fontana, S.A.P.; Giustina, K.P.D.; Pereira, A.S.; Prado, S.S. (2016) Estudo/Análise Documental: Uma Revisão Teórica e Metodológica. *Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação*, v.5, n.1, Criciúma.
- Cellard, A. A Análise Documental. In: POUPART, Jean. *et al.* A Pesquisa Qualitativa: Enfoques Epistemológicos e Metodológicos. 3<sup>a</sup>. ed. Petrópolis: Ed. Vozes, 2008. p. 295-316.
- CollegeBoard. Disponível em: <https://collegereadiness.collegeboard.org/sat-subject-tests/subjects>. Acesso em 06 abr. 2019.
- Departamento de Evaluación, Medición y Registro Educacional. Disponível em: <https://psu.demre.cl/la-prueba/pruebas-y-temarios/temario-matematica-p2020>. Acesso em: 25 ago. 2019.
- Godoy, A. (1995) Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. *Revista de administração de empresas*, v. 35, n. 3, p. 20-29, São Paulo.
- Graham, R. (2018) *The Global State Of The Art In Engineering Education*. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge.
- Kripka, R. M. L.; Scheller, M.; Bonotto, D.L. (2015) Pesquisa documental na Pesquisa Qualitativa: Conceitos e Caracterização. *Revista de Investigaciones UNAD*, v.14, n.2, p. 55-73, Bogotá.
- Massachusetts Institute of Technology. Disponível em: <http://uaap.mit.edu/node/1975>. Acesso em 22 fev. 2019.

- Massachusetts Institute of Technology*. Disponível em: <http://www.mit.edu/about/>. Acesso em 28 mar. 2019.
- Massachusetts Institute of Technology*. Disponível em: <https://mitadmissions.org/apply/firstyear/deadlines-requirements/>. Acesso em 05 abr. 2019.
- MIT OpenCourseWare*. Disponível em: <https://ocw.mit.edu/index.htm>. Acesso em 04 mar. 2019.
- National University of Singapore – Cursos*. Disponível em: <https://www.eng.nus.edu.sg/undergraduate/degree-programmes/overview/>. Acesso em 24 fev. 2019.
- National University of Singapore - Sobre*. Disponível em: <http://www.nus.edu.sg/about>. Acesso em 29 mar. 2019.
- National University of Singapore – Level A*. Disponível em: <http://www.nus.edu.sg/oam/apply-to-nus/singapore-cambridge-gce-a-level/subject-pre-requisites>. Acesso em 07 abr. 2019.
- NUS Learning Management System*. Disponível em: <https://ivle.nus.edu.sg/>. Acesso em 08 mar. 2019.
- PARECER CNE/CES Nº: 1/2019. Disponível em: [http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&view=download&alias=109871-pces001-19-1&category\\_slug=marco-2019-pdf&Itemid=30192](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=109871-pces001-19-1&category_slug=marco-2019-pdf&Itemid=30192). Acesso em 22 fev. 2019.
- Pontificia Universidad Católica de Chile - Admissão*. Disponível em: <http://admissionregistros.uc.cl/futuros-alumnos/admision-via-psu/descripcion-admision-via-psu>. Acesso em: 23 ago. 2019.
- Pontificia Universidad Católica de Chile - Catálogo dos Cursos*. Disponível em: <https://www.ing.uc.cl/programas-de-estudio/plan-estudios/cuales-los-majors-los-minors-ingenieria-uc/>. Acesso em: 02 set. 2019.
- Pontificia Universidad Católica de Chile - Plano de Estudo*. Disponível em: <https://www.ing.uc.cl/programas-de-estudio/plan-estudios/plan-estudios-ingenieria-uc/>. Acesso em: 10 set. 2019.
- Pontificia Universidad Católica de Valparaíso - Cursos*. Disponível em: <https://www.pucv.cl/pucv/site/edic/base/port/pregrado.html>. Acesso em: 05 out. 2019.
- Pontificia Universidad Católica de Valparaíso - Grade Curricular*. Disponível em: <http://www.pucv.cl/uuaa/ingenieria-civil/malla-curricular/2018-04-11/121941.html>. Acesso em: 07 out. 2019.
- Pontificia Universidad Católica de Valparaíso - História*. Disponível em: <https://www.pucv.cl/pucv/site/edic/base/port/pucv/la-universidad/presentacion/historia/historia/2015-06-25/162646.html>. Acesso em: 27 set. 2019.
- Pontificia Universidad Católica de Valparaíso - Missão e Visão*. Disponível em: <https://www.pucv.cl/pucv/site/edic/base/port/pucv/la-universidad/presentacion/mision-y-vision/mision/2015-06-25/162807.html>. Acesso em: 28 set. 2019.
- Sá-Silva, J.R.; Almeida, C.D.; Guindani, J.F. (2009) Pesquisa Documental: Pistas Teóricas e Metodológicas. *Revista Brasileira de História & Ciências Sociais*, v.1, n.1, p. 1-15.
- Singapore Examinations and Assessment Board*. Disponível em: <https://www.seab.gov.sg/home/examinations/gce-a-level/2019-gce-a-level-syllabus-for-school-candidates>. Acesso em 08 abr. 2019.